

عرض كتاب

عرض عن كتاب

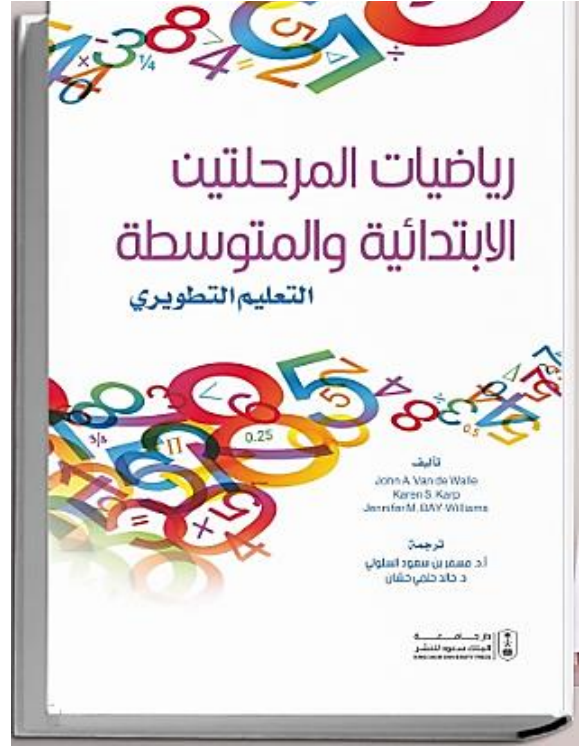
عرض

د. خالد حلمي خشان

أستاذ مناهج وطرق تدريس الرياضيات المشارك

السنة الأولى المشتركة

جامعة الملك سعود



معلومات الكتاب الأصلي:

عنوان الكتاب: Elementary and Middle School Mathematics (Teaching Developmentally)

لغة الكتاب: اللغة الإنجليزية

أسماء المؤلفين: John A. Van De Walle Karen S. Karp Jennifer M. Bay-Williams

عدد الصفحات: 720

سنة النشر: 2019 م.

معلومات الكتاب المترجم:

عنوان الكتاب: رياضيات المرحلتين الابتدائية والمتوسطة التعليم التطويري

اسم المترجم: أ. د. مسفر بن سعود السلولي ، د. خالد حلمي خشان

عدد الصفحات: 1035

سنة النشر: 2021 م.

عرض الكتاب:

يهدف هذا الكتاب إلى مساعدتك على فهم الأساليب الرياضية التي سوف تجعلك معلمًا فعالًا. يبني المؤلفون هذا الكتاب مستنديين إلى الحكمة الجماعية لتجمع يضم معلمي وعلماء الرياضيات والرياضيين الذين طوّروا مجموعة من المعايير لمعرفة ما هي المعارف والمهارات والاتجاهات المهمة لصقل معلم رياضيات مبتدئ وجيد الإعداد (Association of Mathematics Teacher Educators [AMTE], 2017). يغرس هذا الكتاب هذه المعايير الخاصة بتطوير معلمي الرياضيات في المرحلتين الابتدائية والمتوسطة عن طريق اقتراحات تتعلق بأفضل الأشياء التي تدعم المعلمين المرشحين للالتحاق بمقررات تتعلق بطرق التدريس. نظرًا لأن مؤلفي هذا الكتاب شاركوا أيضًا في إعداد وكتابة معايير إعداد معلمي الرياضيات، فإن هذا الكتاب يتماشى مع معايير (AMTE). رؤيتك لما هو ممكن لجميع الطلاب، وثقتك في استكشاف وتدريس الرياضيات، ستتمو وتزيد أثناء البحث في المعلومات الموجودة في فصول الكتاب.

إن إنشاء صف دراسي يقوم فيه الطلاب بتصميم مسارات الحلول، والمشاركة في معاناة منتجة، وربط فكرة رياضية بأخرى، هو أمرٌ معقدٌ، حيث تظهر أسئلة مثل: "كيف أجعل الطلاب يتصارعون مع المشكلات إذا كانوا يريدون فقط أن أريهم كيفية القيام بذلك؟ ما أنواع المهام التي تصلح لهذا النوع من المشاركة؟ أين يمكنني أن أتعلم محتوى الرياضيات الذي أحججه حتى أكون قادرًا على التدريس بهذه الطريقة؟". مع وضع هذه الأسئلة وغيرها في الاعتبار، يتضمن الكتاب العديد من الأهداف:

- توضيح معنى تدريس الرياضيات باستخدام طريقة التعلّم القائم على حل المشكلات.
- العمل كمرجع لجميع محتوى الرياضيات المقترح للصفوف (ما قبل الروضة - الصف الثامن)، كما هو موصى به في معايير الدولة الأساسية المشتركة (NGA Center & CCSSO, 2010)، وفي المعايير المستخدمة في الولايات الأخرى، والاستراتيجيات المستندة إلى البحث التي توضح كيفية تعلم الطلاب لهذا المحتوى بشكل أفضل.

- تقديم مصدر عملي لأنشطة ومهام قوية تستند إلى حل المشكلات، يمكنها أن تشرك الطلاب في استخدام المفاهيم، والمهارات الرياضية الهامة.

- تركيز الانتباه على تفكير الطلاب، بما في ذلك الطرق التي يمكن للطلاب من خلالها التفكير في الأعداد، والتحديات والتصورات الخاطئة المحتملة التي قد تكون لديهم.

ينطلق الكتاب من فكرة أنه يمكن لجميع الطلاب تعلّم الرياضيات مع الفهم. إن تصرفات المعلم هي التي تتيح لكل طالب الحصول على هذه التجربة، مع الإيحاء بأنه يجب على المعلمين تهيئة بيئة دراسية يتم من خلالها منح الطلاب فرصاً لحل المشكلات والعمل معاً، مستخدمين أفكارهم واستراتيجياتهم لحلها. يتضمن تدريس الرياضيات الفعّال تقديم مهام تشرك الطلاب في الرياضيات المتوقع منهم تعلّمها. ثم ومن خلال السماح للطلاب بالتفاعل - والصراع بشكلٍ منتج - مع أفكارهم الرياضية واستراتيجياتهم الخاصة، فإنّهم سوف يتعلمون رؤية الروابط بين الموضوعات الرياضية والعالم الحقيقي. يقدر الطلاب الرياضيات، ويشعرون بالقدرة على استخدامها.

لاحظ أنّك كمعلم، ستجد نفسك في يوم من الأيام تقف أمام مجموعة من الطلاب، أو ربما تكون قد مارست التدريس بالفعل. ما هي الأفكار العامة التي ستوجه الطريقة التي ستدرس بها الرياضيات؟ هذا الكتاب سوف يساعدك على أن تصبح أكثر فهماً لمحتوى مقررات الرياضيات ما قبل رياض الأطفال وحتى الصف الثامن. وسوف تتعلم الإستراتيجيات المبنية على الأبحاث التي تساعد الطلبة على معرفة وفهم الرياضيات، واكتساب الثقة والقدرة على ممارسة العمليات الرياضية، وتشكل معرفتك بالرياضيات، وكيفية تعلّم الطلاب لها أهم الأدوات التي يمكنك اكتسابها لتصبح مدرساً ناجحاً للرياضيات.

في النهاية، يحتاج طلابك إلى التفكير في أنفسهم كعلماء رياضيات بالطريقة نفسها التي يفكرون بأنفسهم كقراء. نظراً لتفاعل الطلاب مع عالمنا الرياضي والتكنولوجي المتزايد، فهم بحاجة إلى بناء، أو تعديل، أو ربط، أو دمج معلومات جديدة بأشكال مختلفة. ويجب أن يصبح حلّ المشكلات الجديدة والتعامل مع المواقف الجديدة أمراً طبيعياً،

مثل استخدام القراءة لفهم الحقائق، أو الأفكار، أو الأخبار. ونظرًا لأن هذا القرن يتسم بطبيعته الكميّة، لذا يجب علينا إعداد الطلاب لتفسير لغة الحساب وقوته.

يتضمن الكتاب العديد من الميزات التي لم تكن متوفرة في الطبقات السابقة من أهمها:

التحديات الشائعة والتصورات الخاطئة للمفاهيم. يقدّم كلّ فصل في الجزء الثاني جدولًا واحدًا على الأقل يُلخص التحديات المشتركة التي يواجهها الطلاب في تعلّم هذا الموضوع يتضمن الجدول التحدي، ويقدم مثالًا لما قد يبدو عليه من خلال عيّنة من عمل الطالب، أو من خلال جملة، أو تعبير، ثم يقدّم بعض الأفكار الموجزة عما قد تقوم به لتقديم المساعدة. تعدُّ معرفة التحديات والتصورات الخاطئة لدى الطلاب جزءًا مهمًا من التخطيط، ويمكن أن تؤثر بشكلٍ كبيرٍ على كيفية تنظيم الدرس والمشكلات التي تستخدمها. تم دمج البحث من العديد من المصادر في هذه المراجع العملية.

التحقق الذاتي: تم تصميم هذه العناصر متعددة الاختيارات للدراسة الذاتية، وهي مرتبطة بنواتج التعلّم لكلّ فصل من الفصول، وتساعدك على تقييم مدى إتقانك للمفاهيم التي قمت بقراءتها. هذه التمارين هي تقييمات ذاتية، وتوفر الأساس المنطقي للإجابة الصحيحة.

تمارين تطبيقية: تظهر التمارين المستندة إلى الفيديو والسيناريوهات في جميع الفصول، وتوفر لك الفرصة لتطبيق ما تعلمته على مواقف حقيقية داخل الصف. هناك أيضًا عشرة تمارين حول مراقبة تفكير الطلاب والاستجابة له، والتي تتضمن مقاطع فيديو لأطفال يتحدثون، ويحلون مشكلات على تطبيق لوح المعلومات؛ الأسئلة المصاحبة تطلب منك تحليل تفكير الطفل، واستنتاجه المنطقي، وتحديد أيّ مفاهيم خاطئة، وشرح أيّ إجراءات أو مطالبات قد تستخدمها كمعلم لتوجيه تعلّم الطالب. يتم تقديم تعليقات الخبراء بعد تقديم استجاباتكم.

ممارسة الرياضيات: توفر مجموعات الأسئلة هذه – الموجودة في نهاية معظم فصول المحتوى – فرصة لممارسة مهارات الرياضيات الخاصة بك، أو تحديثها من خلال حل التمارين المرتبطة بالمحتوى الوارد في ذلك الفصل. هذه الأسئلة هي أيضًا تقييمات ذاتية.

نواتج التعلم: لمساعدة القراء على معرفة ما يجب عليهم تعلمه، يبدأ كل فصل بنواتج التعلم. يتم ترقيم عمليات التحقق الذاتي بحيث يتم تغطيتها، ومن ثم تتوافق مع كل ناتج من نواتج التعلم.

الأفكار الرئيسية: تشير الكثير من الأبحاث والدراسات السابقة التي تتبنى طرقاً متمركزة حول الطالب إلى أن المعلمين يخططون لتدريسهم حول الأفكار الكبيرة بدلاً من المهارات أو المفاهيم المعزولة. في بداية كل فصل في الجزء الثاني، ستجد قائمة بالأفكار الرياضية الكبيرة المرتبطة بالفصل. يجد المعلمون أن هذه القوائم مفيدة لتصوير الرياضيات، التي سيقومون بتدريسها بسرعة.

الأنشطة: تم تصنيف الأنشطة العديدة الموجودة في كل فصل من الجزء الثاني من قبل القراء على أنها واحدة من أكثر أجزاء الكتاب قيمة. يتم وصف بعض أفكار النشاط مباشرة في النص وفي التوضيحات، ويتم عرض أفكار أخرى في مربعات النشاط المرقمة. كل نشاط عبارة عن مهمة قائمة على المشكلات (كما هو موضح في الفصل 3)، وهي مصممة لإشراك الطلاب في ممارسة الرياضيات.

تعديلات للطلاب ذوي الاحتياجات الخاصة ومتعلمي اللغة الإنجليزية: يقدم الفصل السادس معلومات أساسية واستراتيجيات مفصلة عن كيفية دعم الطلاب ذوي الاحتياجات الخاصة، ومتعلمي اللغة الإنجليزية (ELs). ولكن العديد من التعديلات خاصة بالنشاط أو المهمة. لذلك، تقدم فصول الجزء الثاني تعديلات وإرشادات ضمن الأنشطة (ابحث عن الأيقونة) التي يمكن أن تلبى احتياجات الطلاب ذوي الاحتياجات الخاصة، ومتعلمي اللغة الإنجليزية ELS.

ملاحظات التقييم التكويني: التقييم؛ هو عملية متكاملة ضمن التدريس. وبالمثل، من المنطقي التفكير فيما يجب الاستماع إليه (التقييم أثناء قراءتك للمجالات المختلفة لتطوير المحتوى). خلال فصول المحتوى، توجد ملاحظات تكوينية مع وصف موجز لطرق تقييم الموضوع في هذا القسم. يمكن أن تساعدك قراءة ملاحظات التقييم هذه أثناء قراءة الكتاب في فهم أفضل السبل لمساعدة الطلاب الذين يعانون.

ملاحظات هامشية لمعايير الممارسة الرياضية: يتم إبراز الروابط بالمعايير الثمانية للممارسة الرياضية الموجودة

ضمن معايير الولايات الأساسية المشتركة في الهوامش. يشير موقع الملاحظة إلى وجود مثال للممارسة المحددة في النص المجاور.

ملاحظات تكنولوجية: غرس الأدوات التكنولوجية مهم في تعلّم الرياضيات. لقد تم غرس الملاحظات التكنولوجية في جميع أنحاء الجزء الثاني. يتم استخدام رمز التكنولوجيا لتحديد الأماكن داخل النص أو النشاط التي تحتوي مناقشة فكرة أو مصدر تكنولوجي. تشمل الأوصاف البرمجيات مفتوحة المصدر (المجانية)، والتطبيقات، والمصادر الأخرى المستندة إلى الأترنت، وكذلك عدد من الأفكار لاستخدام الآلة الحاسبة.

مصادر نهاية الفصل: توجد في نهاية كل فصل مصادر تتضمن "روابط مع الأدب" (موجودة في جميع فصول الجزء الثاني)، ومجموعة من القراءات الموصى بها.

إذا نظرنا إلى جدول المحتويات، سنرى أن الفصول في الكتاب تنقسم إلى قسمين مختلفين. يتكون القسم الأول من ستة فصول، ويغطي الأفكار المهمة المتضمنة في مناطق معينة من المحتوى، ويقدم القسم الثاني - الذي يتكون من 16 فصلاً - اقتراحات، وأنشطة تعليمية، لكل موضوع رئيسي في الرياضيات في مناهج (ما قبل الروضة- الثامن). تقدم الفصول في الجزء الأول وجهات نظر حول المهمة الصعبة المتمثلة في مساعدة الطلاب على تعلّم الرياضيات. إن الإحساس بالانضباط في الرياضيات - أي معرفة معنى "ممارسة الرياضيات" - يعدّ أمرًا ضروريًا لتعلّم كيفية تدريس الرياضيات جيدًا. بالإضافة إلى ذلك، فإن فهم المنظورات البنائية والاجتماعية-الثقافية حول تعلّم الرياضيات، وكيفية تطبيقها على التدريس من خلال حل المشكلات يوفر الأساس المنطقي لكيفية تدريس وتقييم طلاب (ما قبل الروضة- الثامن). سوف تقوم بتدريس طلاب متنوعين، بما في ذلك الطلاب الذين يتعلمون اللغة الإنجليزية، أو الموهوبين، أو ذوي الإعاقة. سوف تتعلم من خلال هذا الكتاب كيفية تطبيق الاستراتيجيات التعليمية بطرق تدعم، وتحدي جميع المتعلمين. تم تناول استراتيجيات التقييم التكويني واستراتيجيات للمتعلمين المتنوعين في فصول محددة في الجزء الأول (الفصلان الخامس والسادس على التوالي)، وعبر فصول الجزء الثاني.

يُركز كلُّ فصل من الجزء الثاني على أحد مجالات المحتوى الرئيسة في رياضيات الصفوف (ما قبل الروضة-

الثامن). يبدأ بتحديد الأفكار الكبيرة لهذا المحتوى، ويوفر إرشادات حول أفضل طريقة لتعلم الطلاب لهذا المحتوى من خلال العديد من الأنشطة القائمة على حل المشكلات لإشراكهم في فهم الرياضيات، وكذلك النظر في التحديات التي قد يواجهونها، وكيف يمكنك مساعدتهم.

تناول الفصل الأول تدريس الرياضيات في القرن الحادي والعشرين، وتضمن تلخيص للعوامل التي تؤثر على التدريس الفعال للرياضيات، ووصف أهمية معايير المحتوى، ومعايير العمليات، ومعايير الممارسة الرياضية، واستكشاف الصفات التي تحتاجها لتتعلم وتنمو كمعلم محترف للرياضيات.

أما الفصل الثاني فتناول استكشاف معنى معرفة الرياضيات وممارستها، من خلال استقصاء معنى ممارسة الرياضيات، ووصف المكونات الأساسية للبراعة الرياضية، بما في ذلك أهمية الفهم العلائقي، وربط نظريات التعلم بالممارسات التدريسية الفعالة.

تطرق الفصل الثالث من الكتاب إلى التدريس من خلال حل المشكلة، حيث قُدّم وصفاً للأساليب المختلفة لحل المشكلة والمقارنة بينها والأنشطة التدريسية التي تدعم التعلم لدى الطلاب، كذلك تحدث عن تقييم المهام الرياضية لتحديد إذا كانت تنمي مهارات حلّ المشكلة والطلاقة الإجرائية، وقُدّم شرحاً لطرق اندماج الطلاب في الخطاب الصفّي، وكيفية إشراك الطلاب في حل المشكلة.

انتقل الكتاب في الفصل الرابع للحديث عن التخطيط في الصف القائم على حلّ المشكلة، حيث قُدّم شرحاً لميزات استخدام تنسيق "الدرس ثلاثي المراحل" في التخطيط للدروس القائمة على حلّ المشكلة، وتصميم دروس باستخدام عملية تخطيط تُركّز على الاستقصاء الرياضي، ووصف أفكار محددة لتصميم الدرس، بما في ذلك طرق للتمييز بين التعليمات، وشرح إستراتيجيات العمل مع الأسر، بما في ذلك الواجبات المنزلية الفعالة.

تناول الفصل الخامس موضع إنشاء تقييمات من أجل التعلم، ويُركّز على التمييز بين التقييم التكويني والتقييم الختامي، ويقدم وصفاً لمجموعة من الطرق المهمة لتقييم فهم الطلاب للرياضيات، وتحليل أنواع قواعد التقييم

واستخداماتها، وشرح قيمة قيام الطلاب بالتقييم الذاتي، وتحديد الطرق التي يمكن من خلالها استخدام الاختبارات في الصف لتعزيز التعلم، بالإضافة إلى استكشاف طرق لإظهار الأدلة والتواصل حول تعلم الطالب الذي ينتج عنه درجات، وقرارات تعليمية، أكثر استهدافاً.

يتحدث الفصل السادس عن العدالة في تدريس الرياضيات لجميع الطلاب، حيث يوضح الفرق بين التعديل والتكييف، ويصف مكونات النظام متعدد المستويات لدعم الطلاب المتعثرين، وتحديد المكونات الناجحة للتدخلات المتعلقة بالطلاب ذوي صعوبات التعلم، ويشرح خصائص التدريس المستجيب ثقافياً، بما في ذلك كيفية التركيز على تطوير المفردات الأكاديمية أثناء تدريس الرياضيات والاهتمام بالهويات الرياضية للطلاب، وتطبيق المعرفة الخاصة بالعمل مع الطلاب الموهوبين والموهوبين رياضياً، وتوضيح الأساليب المستخدمة لتنمية مرونة الطلاب، وتقليل المقاومة في تعلم الرياضيات.

يتناول الفصل السابع موضوع التطوير المبكر لمفاهيم الأعداد والحس العددي، إذ يسعى إلى مساعدة المعلمين على إدراك أن تدريس الرياضيات للأطفال الصغار، يتضمن توفير أنشطة عديدة عالية الجودة باستخدام منهج تطوري، وتوضيح كيفية تنمية مهارات العد لدى الطلاب، بما في ذلك الإدراك البصري الفوري (التعرف الفوري على العدد الإجمالي من العناصر في مجموعة منظمة) مكونة من ثلاثة أو خمسة دون عد كل عنصر، والتخطيط لطرق لتعليم الأطفال مقارنة الكميات، ووصف العلاقات بين الأعداد، وتنمية طرق لربط الأفكار الرياضية بأنشطة العالم الحقيقي للمتعلمين الصغار. ويركز هذا الفصل على تنمية الأعداد حتى 20، ولكنه أيضاً يأخذ في الاعتبار أسماء الأعداد، ومتتاليات العد حتى 100 بواسطة الأحاد والعشرات.

يتطرق الفصل الثامن من الكتاب إلى تطوير معانٍ للعمليات، حيث يقدم عرضاً لكيفية تنمية مهارات الطلاب في تعميم بنى المشكلة في مواقف الإضافة التي تشمل الضم، والفصل، و(جزء-جزء-كل)، والمقارنة، وتوضيح كيف يمكن للطلاب تطبيق خصائص العمليات كإستراتيجيات للجمع أو الطرح، وشرح كيفية تطوير مهارات

الأطفال في تعميم بنى المشكلة في مواقف ضربية، تتضمن مجموعات متساوية، والمقارنة، والمساحة، والمصفوفات، وتوضيح كيف يمكن للطلاب تطبيق خصائص العمليات كإستراتيجيات للضرب، والقسمة، ووصف إستراتيجيات لتعليم الطلاب كيفية حل مشكلات سياقية. إنَّ مساعدة الطلاب على تعلُّم ربط المعاني والتفسيرات والعلاقات المختلفة للعمليات الأربعة: الجمع، الطرح، الضرب، والقسمة يمكن أن يساعدهم في تطبيق هذه العمليات بدقة وطلاقة في مواقف العالم الحقيقي. هذا هو الهدف من هذا الفصل، حيث يتعلم الطلاب رؤية المواقف الرياضية في حياتهم اليومية أو في مشكلات القصة، ويبدوون في صنع نماذج لهذه المواقف عبر الكلمات والصور والنماذج و/ أو الأعداد (مثل المعادلات).

يتحدث الفصل التاسع عن تنمية طلاقة الحقائق الأساسية، حيث يصف طرقًا مختلفة لتنمية طلاقة الحقائق خاصةً العملية القائمة على الاستراتيجية ثلاثية المراحل، ويقدم توضيحًا لعددٍ من الإستراتيجيات لمساعدة الطلاب على استنباط حقائق الجمع، والطرح، والضرب، والقسمة. الحقائق الأساسية للجمع والضرب هي مجموعات (تراكيب) الأعداد التي يكون فيها كلا المضافين أو العاملين أقل من 10. الحقائق الأساسية للطرح والقسمة هي التراكيب المقابلة، لذلك فإن $7 = 8 - 15$ هي حقيقة طرح؛ لأنَّ أجزاء الجمع المقابلة أقل من 10. عندما يكون الطالب قادرًا على إعطاء استجابة دقيقة خلال 3 ثوانٍ، فإنَّه يمتلك التلقائية أو الإتقان. لكن الهدف من الحقائق الأساسية هو تنمية الطلاقة. لا تتعلق الطلاقة بالسرعة فحسب، بل تتضمن القدرة على حلِّ المشكلات بطريقة مرنة، ودقيقة، وفعّالة، ومناسبة، لذلك يجب أن يركز تدريس الحقائق الأساسية، وتقييمها على العناصر الأربعة جميعها.

يتناول الفصل العاشر تطوير مفاهيم القيمة المكانية للعدد الكلي، وتحديد تفاهات ما قبل الأساس عشرة بناءً على طريقة العد بالآحاد للكمية، والتَّعرف على الأفكار الأساسية للقيمة المكانية باعتبارها تكاملًا لثلاثة مكونات: مفاهيم الأساس عشرة من خلال التجميع والعد، والأعداد المكتوبة بترميز القيمة المكانية، والأعداد المنطوقة بصوت عالٍ، ويشرح كيفية تطوير مهارات الطلاب في القيمة المكانية من خلال استخدام نماذج الأساس عشرة، كذلك يشرح كيف يُمكن للطلاب استخدام أنشطة التجميع لتعميق فهمهم لمفاهيم القيمة المكانية، ويقدم

إستراتيجيات لدعم قدرة الطلاب على كتابة الأعداد وقراءتها، ويقدم وصفاً لكيفية توسعة نظام القيمة المكانية إلى أعداد كبيرة.

يتطرق الفصل الحادي عشر إلى تطوير استراتيجيات لحساب الجمع والطرح، وتحديد التأثير المتبادل بين فهم القيمة المكانية، والإستراتيجيات الحسابية للجمع والطرح، ويحدد ثلاثة أنواع من الإستراتيجيات الحسابية، ويشرح العديد من الإستراتيجيات المبتكرة للجمع والطرح مع أعداد متعددة الأرقام، ويشرح أيضاً تطور الخوارزميات القياسية للجمع والطرح، بما في ذلك طرق تسجيل تفكير الطلاب، ويحدد طرقاً لتدريس التقدير الحسابي لتطوير مرونة الطلاب، وقدرتهم على التعرف على الإجابات المعقولة، ويصف إستراتيجيات التقدير الحسابية للجمع والطرح. يرى الكثير من العامة أن المهارات الحسابية هي السمة المميزة لما تعنيه معرفة الرياضيات في المرحلة الابتدائية. على الرغم من أن هذا أبعد ما يكون عن الحقيقة، إلا أن تعلّم المهارات الحسابية على الأعداد الكلية - في الواقع - هو عنصر حاسم في المنهج. وتعني توقعات الكفاءة في القوى العاملة اليوم - وكذلك في الحياة اليومية - أن هناك ما يبرر التغييرات في كيفية تدريس الحساب.

أما الفصل الثاني عشر فيتحدث عن تطوير إستراتيجيات لحساب الضرب والقسمة، والتّعرف على كيف يؤدي فهم القيمة المكانية وخصائص العمليات إلى تدعيم تعلّم مجموعة متنوعة من الإستراتيجيات الحسابية في الضرب، وتحديد مجموعة متنوعة من النماذج، وطرق التسجيل؛ لتطوير خوارزمية الضرب، ويقدم شرحاً للإستراتيجيات المبتكرة للقسمة على أعداد متعددة الأرقام، ويوضح تطور الخوارزمية القياسية للقسمة، وطرق تسجيل تفكير الطلاب، كما يسعى إلى تحديد طرق لتدريس التقدير الحسابي للضرب والقسمة مع أعداد متعددة الأرقام كوسيلة لتطوير مرونة الطلاب، وقدرتهم على التّعرف على الإجابات المعقولة.

ينتقل الفصل الثالث عشر للحديث عن التفكير الجبري، والمعادلات، والدوال، حيث يقدّم وصفاً لطرق الربط بين العدد والتفكير الجبري، بما في ذلك استخدام خصائص العمليات لبناء الحس العددي والطلاقة الإجرائية،

وتوضيح، ووصف كيفية غرس تدريس الأنماط والدوال في الصفوف من (الروضة -الصف الثامن)، وتحديد الإستراتيجيات التي يمكنها بناء فهم قوي للتكافؤ، والتّعرف على التحديات التي يواجهها الطلاب مع الرموز (على سبيل المثال: علامات المساواة والمتباينات والمتغيرات)، وتعريف النمذجة الرياضية، ووصف أمثلة صافية مناسبة عليها.

ويتناول الفصل الرابع عشر تطوير مفاهيم الكسر، حيث يصف ويعطي أمثلة لأنظمة، ونماذج الكسور، ويشرح المفاهيم الأساسية للأجزاء الكسرية، بما في ذلك التكرار والتجزئة، ويوضح مفهوم التكافؤ من خلال نماذج الكسر، ويصف إستراتيجيات لمقارنة الكسور وطرق تدريس هذا الموضوع بطريقة مفاهيمية.

يتطرق الفصل الخامس عشر إلى تطوير عمليات الكسر، حيث يقدّم وصفاً لتدريس العمليات على الكسور، ويوضح جمع الكسور وطرحها باستخدام نماذج الكسر المختلفة، ويربط ضرب الأعداد الكلية بضرب الكسور، بما في ذلك ربط ضرب الكسور بسياقات ذات معنى، كما يربط قسمة الأعداد الكلية بقسمة الكسور باستخدام القياس، وأمثلة من الحياة الحقيقية. يجب أن يتم البناء على فهم الطلاب المسبق للعمليات على الأعداد الكلية لإعطاء معنى لحساب الكسور، وإذا أضفنا لذلك جانب الفهم الراسخ للكسور (بما في ذلك الحجم النسبي والتكافؤ)، فإنّ هذا يوفر الأساس لفهم حساب الكسور (غالباً ما يتم تدريس حساب الكسور دون أي معنى). بدلاً من ذلك، يجب أن يساعد تعليم عمليات الكسر الطلاب على الإجابة عن أسئلة مثل: "متى قد نحتاج إلى الضرب بالكسور؟" و "لماذا نقلب ونضرب عند قسمة الكسور؟" سيكون الطلاب قادرين على الإجابة على هذه الأسئلة عندما تكون هذه الأفكار الرئيسية هي محور عمليات التدريس التي تنطوي على الكسور.

يتناول الفصل السادس عشر الحديث عن تطوير مفاهيم الكسور العشرية والنسبة المئوية والحساب العشري، ويصف كيف أن نظام القيمة المكانية يعدّ أساسياً لفهم الكسور العشرية، ويحدد النماذج الملموسة التي تربط الكسور بالكسور العشرية، ويشرح كيفية مقارنة الكسور العشرية وترتيبها، ويقدم إستراتيجيات متعددة للحساب باستخدام

الكسور العشرية، ويوضح كيف ترتبط النسب المئوية بالكسور والكسور العشرية. يجب أن يكون الناس قادرين على تفسير الكسور العشرية للعديد من الاحتياجات المتنوعة، مثل قراءة المقاييس المترية الدقيقة، وحساب القروض والرهون العقارية، وتفسير المخرجات على الآلة الحاسبة، وفهم الإحصاءات الرياضية، مثل تلك المتعلقة بالألعاب الأولمبية، حيث يتم الفصل بين الفائزين والخاسرين من خلال أجزاء من المئة من الثانية. وتعدُّ الكسور العشرية ذات أهمية حاسمة في العديد من المهن: للممرضات، والصيادلة، والعمال الذين يصنعون الطائرات (على سبيل المثال، تؤثر الدقة على سلامة عامة الناس). نظرًا لأنَّ الطلاب والمدرسين قد واجهوا صعوبة أكبر في فهم الكسور العشرية مقارنة بالكسور، فإنَّ الفهم المفاهيمي للكسور العشرية وعلاقتها بالكسور يجب تطويره بعناية. تظهر الأبحاث أنَّ هناك علاقة قوية بين معرفة المعلمين بمحتوى الكسور العشرية - بما في ذلك حساب الكسور العشرية - ومعرفتهم التربوية بطرق تدريس هذه الأفكار للطلاب.

ينتقل الفصل السابع عشر للحديث عن النسب، والتناسب، والتفكير التناسبي، فيقدم وصفًا للسمات الأساسية للنسبة، بما في ذلك مدى ارتباطها بالكسور، وصياغة طرق لمساعدة الطلاب على فهم النسب، والقدرة على استخدامها، والتمييز بين المواقف التناسبية وغير التناسبية باستخدام أمثلة جمع وضرب، وتوضيح الطرق المختلفة لحل مشكلات التناسب، ووصف التقدم التطوري لهذه الطرق، والمقارنة بين الطرق التقليدية لتدريس التفكير التناسبي، والأساليب القائمة على البحث. يذهب التفكير التناسبي إلى ما هو أبعد من فكرة إعداد نسبة لحلِّ مشكلة، إنَّه طريقة للتفكير في المواقف الضريبية. يعدُّ التفكير التناسبي - مثل التكافؤ - موضوعًا موحدًا في الرياضيات. وتشير التقديرات إلى أنَّ أكثر من نصف مجتمع البالغين لا يفكرون بطريقة نسبية (Lamon 2012). هذه نتيجة مباشرة للخبرات الرياضية التي ركزت بشكلٍ حصري على حلِّ نسب القيمة المفقودة. وتعدُّ هذه الممارسة القاسية مثيرة للقلق بشكلٍ خاصٍ في مجال التفكير التناسبي، لأنَّها تدخل في صميم العديد من المفاهيم المهمة، بما في ذلك "التشابه، والنمو، والحجم النسبي، والتمددات، والقياس، ومعدل التغيير الثابت، والميل، والسرعة، والمعدلات، والنسبة المئوية، والنسب المثلثية، والاحتمال، والتكرار النسبي، والكثافة، والتناسب الطردي،

والعكسي.

يتطرق الفصل الثامن عشر إلى تطوير مفاهيم القياس، فيقدم وصفاً لعملية القياس، بما في ذلك تحديد واستخدام الوحدات غير القياسية والقياسية، ويشرح كيفية تقدير القياسات، ويوضح العديد من المفاهيم والمهارات المتعلقة بالقياس مثل: كيفية قياس طول الأشياء، وتطور صيغ المساحة، وكيفية قياس الحجم، وتوضيح إستراتيجيات المقارنة بين أوزان الأشياء، وشرح كيف يتم قياس الزوايا، وشرح إستراتيجيات لعدّ مجموعة من العملات المعدنية. يعدّ القياس عملية وصف كمّية متصلة ذات قيمة عددية. إنّها واحدة من أكثر سلاسل محتوى الرياضيات فائدة، حيث إنّها تدخل في كل شيء، بدءاً من المهام المهنية إلى المهارات الحياتية للمواطن المتعلم رياضياً، والجيجابايت التي تقيس كميات المعلومات إلى حجم الخط على أجهزة الكمبيوتر، وعدد الأميال لكلّ غالون، ووصفات الوجبات الغذائية. ويحاط الناس بمفاهيم القياس التي تنطبق على العديد من السياقات في العالم الحقيقي. ومع ذلك، فإنّ القياس ليس موضوعاً سهلاً على الطلاب لفهمه. وتشير بيانات الدراسات الدولية باستمرار إلى أنّ الطلاب أضعف في القياس من أيّ موضوع آخر في منهج الرياضيات

يتناول الفصل التاسع عشر موضوع تطوير التفكير الهندسي والمفاهيم الهندسية، فيقدم مراجعة للأهداف الهندسية الأربعة الرئيسية، ويصف مستويات فان هيل للتفكير الهندسي، ويقدم تحليلاً لإستراتيجيات للتدريس حول الأشكال والخصائص، وتحديد طرق لتدريس التحويلات الهندسية، واستكشاف طرق لإشراك الطلاب في التفكير المكاني، وتوضيح الأساليب التي تساعد الطلاب على تطوير مهاراتهم في التصور والتخيل. الهندسة هي "شبكة من المفاهيم، وطرق التفكير، وأنظمة التمثيل" المستخدمة لاستكشاف، وتحليل الشكل والفضاء. يظهر هذا المجال المهم للرياضيات في كلّ شيء، بدءاً من أنظمة تحديد المواقع العالمية، إلى الرسوم المتحركة بالكمبيوتر. وتقع الهندسة في صميم الرياضيات المبكرة، إلى جانب سلسلة الأعداد. يقدم في هذا الفصل بعض المسائل العددية عن الأوعية، الأعداد المتتالية، الطوابق، ويقوم بتطوير هذه المسائل وتعميمها بأسلوب البحث الرياضي، وفي أثناء ذلك يقوم بتطوير مهارات حلّ المسائل، ويقدم بعض الجوانب النظرية الأساسية في الرياضيات، على وجه الخصوص الحقائق

الأساسية عن الأعداد الأولية نسبياً.

ينتقل الكتاب في الفصل العشرين للحديث عن تطوير مفاهيم البيانات والإحصاء، فيشرح الفروق بين الإحصاء والرياضيات، بما في ذلك المقصود بعبارة "ممارسة الإحصاء"، ويقدم وصفاً لإستراتيجيات جمع البيانات، وتحديد الطرق المناسبة لتحليلها، ثم ينتقل لتوضيح وشرح معنى مقاييس النزعة المركزية، ومقاييس التشتت، ثم يقدم مجموعة من الأسئلة لمساعدة الطلاب على تفسير البيانات.

يتناول الفصل الحادي والعشرين الحديث عن استكشاف مفاهيم الاحتمال، فيقدم وصفاً لمتصل الاحتمال، بما في ذلك الأمثلة من المستحيل إلى المؤكد، والمقارنة بين الاحتمال والتجارب النظرية، بما في ذلك كيفية دمج كل منهما في التعليم؛ لتطوير فهم قوي للاحتمال بشكل أفضل، وتوضيح وشرح إستراتيجيات تحديد فضاء العينة للحوادث المركبة بطريقة تطويرية، وتوضيح ماهية المحاكاة، وكيفية إعداد مثل هذه الخبرات لطلاب المدارس المتوسطة. تعدُّ جميع الإشارات إلى الاحتمال موجودة حولنا: يتنبأ خبراء الأرصاد بأنَّ فرصة تساقط ثلوج تصل إلى 60 بالمئة، ويتوقع باحثون طبيون أنَّ الأشخاص الذين يعانون من بعض الوجبات الغذائية لديهم فرصة كبيرة للإصابة بأمراض القلب، ويحسب المستثمرون مخاطر استثمارات محددة، وما إلى ذلك. تعتمد عمليات محاكاة المواقف المعقدة بشكل متكرر على الاحتمالات، ثم تستخدم في اتخاذ القرارات بشأن مواقف مثل: سلامة الطائرة في ظل ظروف الطقس المختلفة، وأنماط حركة المرور على الطرق السريعة بعد بناء مساكن جديدة، وخطط الكوارث. ويشمل محور الأمية الإحصائية كلاً من الإحصاء والاحتمال، وكلاهما يساهم في قدرة الطلاب على التفكير في المواقف التي تنطوي على الفرصة. وتتطلب المفاهيم الواقعية للفرصة تطوراً كبيراً قبل أن يكون الطلاب مستعدين لبناء أفكار رسمية حول احتمال وقوع حدث ما. ويحدث هذا التطور - على النحو الأمثل - أثناء دراسة الطلاب من خلال مناقشة نواتج مجموعة واسعة من المواقف الاحتمالية. ويجب أن يكون التركيز على الاستكشاف بدلاً من القواعد والتعاريف الرسمية. ستوفر هذه الخبرات غير الرسمية خلفية مفيدة، يمكن من خلالها تطوير أفكار أكثر رسمية في المدارس المتوسطة والثانوية.

يتطرق الفصل الأخير من الكتاب إلى تطوير مفاهيم الأسس، والأعداد الصحيحة، والأعداد الحقيقية، فيصف مجموعة من الإستراتيجيات لإشراك الطلاب بشكلٍ هادف في فهم الأسس، وترتيب العمليات، والترميز العلمي، والأعداد الكبيرة جدًا والصغيرة جدًا، ويتطرق إلى مقارنة الكمية والصور المختلفة لخط الأعداد لتدريس الأعداد الصحيحة، والمقارنة بين السياقات المختلفة لتدريس الأعداد الموجبة والسالبة، كذلك يوضح الطرق المفاهيمية لتدريس العمليات التي تتضمن أعدادًا موجبة وسالبة، وتوضيح العلاقات بين أنواع مختلفة من الأعداد (غير النسبية، الكلية،.....، إلخ).