مجلة العلوم التربوية، المجلد 27، العدد (1)، ص ص... -...، الرياض (2015م/ 1436هـ)

استقصاء المعرفة الرياضية اللازمة لتدريس الهندسة لدى معلمي المرحلة الابتدائية

خالد بن سعد المطرب[1]، ومسفر بن سعود السلولي[2]

جامعة الملك فيصل

(قدم للنشر في 07/ 02/ 1435هـ؛ وقبل للنشر في 15/ 06/ 1435هـ)

المستخلص: هدفت الدراسة إلى تقصي المعرفة الرياضية اللازمة لتدريس الهندسة لدى معلمي المرحلة الابتدائية. وشملت عينة الدراسة (70) معلماً ومعلمة رياضيات في المرحلة الابتدائية من المشاركين في الدورات التدريبية المقدمة في بداية العام الدراسي 1433/ 1434هـ. واستخدم المنهج الوصفي التحليلي لدراسة إجابات المعلمين على مقياس المعرفة الهندسية اللازمة للتدريس والذي أُعد في مركز تعلم الرياضيات في جامعة ميتشجان الأمريكية، وقام الباحثان بترجمته إلى العربية بالأساليب العلمية المتبعة والتأكد من صلاحيته للبيئة السعودية. وأظهرت نتائج الدراسة عدم امتلاك العديد من المعلمين العمق الكافي من المعرفة الهندسية اللازمة لتدريسها والذي يمكنهم من تدريس الهندسة بشكل فعال وفهم أخطاء التلاميذ أو الحكم على مدى صحة طرقهم غير التقليدية في الحل وإمكانية تعميمها. واستعرضت الدراسة نماذج من معرفة المعلمين الخاصة بالهندسية كما ظهرت في إجاباتهم على مقياس الدراسة، وتناولتها بالتحليل المتعمق.

الكلمات المفتاحية: المحتوى العلمي، المعرفة بالمحتوى، تعلم الرياضيات من أجل التدريس.

Investigating the Primary School Teachers' Knowledge for Teaching Geometry

Khaled BenMotreb[1] and Misfer AlSalouli[2]

King Faisal University

(Received 10/12/2013; accepted 15/04/2014)

Abstract: The purpose of the study was to understand the specialized content knowledge (SCK) for teaching geometry in Elementary grades. The study sample consisted of 70 male and female teachers participated in training courses at the beginning of the school year 2013. The study utilized a descriptive design, and used one of the Learning Mathematics for Teaching (LMT) measures specified for teaching geometry. The researchers translated the original measure into Arabic Language and made sure it fits Saudi context. The findings of the study revealed that many of the teachers did not possess sufficient and deep specialized content knowledge that is required to teach geometry effectively and enable them to understand students' errors or sizing up whether a nonstandard approach would work in general. The study reviewed in-depth analysis some aspects of the teachers' specialized content knowledge as revealed by their response to the (LMT) geometry measure.

Keywords: Subject matter knowledge, content knowledge, Learning mathematics for teaching

---

(1) أستاذ مساعد، بقسم المناهج وطرق التدريس، كلية التربية، جامعة الملك فيصل
الإحساء، المملكة العربية السعودية، ص ب (55080)، الرمز البريدي (31982)

(1) Assistant professor, Department of Curriculum and Instruction, Collage of Education. King Faisal University.
Ahsa, Saudi Arabia, P.O. Box (55080) , Postal Code: (31982)

البريد الإلكتروني: *e-mail: khaled131@hotmail.com*

(2) أستاذ مشارك، بقسم المناهج وطرق التدريس، كلية التربية، جامعة الملك سعود

(2) Associate Professor, Department of Curriculum and Instruction, Collage of Education, King Saud University.

مقدمة

إن تعلم الهندسة غالبا ما يكون أكثر تعقيدا من تعلم الأعداد والعمليات عليها أو حتى مبادئ الجبر. ويواجه المعلمون غالباً صعوبات في برامج إعدادهم في تعلم المفاهيم الهندسية ومعرفة طرق تدريس الهندسة وحتى معرفة المحتوى الهندسي، مما يؤثر في قدرتهم لاحقا على تدريسها. فقد وجد كل من جون وموني وهارس (Jones, Mooney, & Harries, 2002) أن العديد من معلمي ما قبل الخدمة في المرحلة الابتدائية يفتقدون الفهم الجيد في الهندسة وأن معرفتهم غير كافية لتدريس مواضيع الهندسة في المناهج المطورة وتواجههم صعوبات في مواضيع حساب المساحات والمساحات الجانبية والحجم. وقد كانت ثقتهم في تدريس الهندسة هي الأقل من ضمن فروع الرياضيات المختلفة؛ وربما يعزى ذلك إلى نوعية برامج إعداد المعلم التي تركز في الغالب على بعد واحد من أبعاد المعرفة الرياضية وهو المعرفة بالمحتوى (Subject Matter Knowledge)، وتغفل أبعادا أخرى مثل المعرفة الخاصة بالمحتوى (Specialized Content Knowledge) والمعرفة بطرق تدريس المحتوى (Pedagogical Content Knowledge (PCK)).

فقد ظل الاعتقاد السائد أن تعلم الرياضيات من أجل التدريس يتطلب مجرد معرفة المحتوى العلمي للرياضيات المدرسية من خلال دراسة عدد من مقررات الرياضيات في الجامعة. بيد أن أبحاث شولمان Shulman (1986) وزملائه في معرفة المعلم (Teachers Knowledge) غيرت هذا الاعتقاد وأثارت اهتماما واسعا حول معرفة المعلمين اللازمة للتدريس (Teachers' Knowledge for Teaching). فقد فند شولمان الاعتقاد السائد حول معرفة المعلم ودعا إلى توسيع معرفة المعلم اللازمة للتدريس لتشمل ثلاثة جوانب: معرفة المحتوى العلمي (Subject Matter Knowledge)، ومعرفة طرق تدريس المحتوى (Pedagogical Content Knowledge (PCK))، ومعرفة المنهج (Curriculum Knowledge). وكان لمفهوم معرفة طرق تدريس المحتوى (PCK) صدى خاص؛ لأنه حول التركيز من معرفة المحتوى العلمي إلى نوع مختلف من المعرفة يختص بمهنة التدريس ولا يختص بأي مهنة أخرى. وبحسب شولمان (1986) فإن معرفة طرق تدريس المحتوى تتضمن أموراً هي: معرفة المواضيع التي تثير انتباه التلاميذ، ومعرفة المواضيع التي تصعب عليهم، ومعرفة الأمثلة والتشبيهات المفيدة في تدريس فكرة ما، ومعرفة الأخطاء النمطية التي يقع فيها المتعلمون، والمفاهيم الخاطئة التي تنتشر بينهم. وبعد مرور ما يقارب الثلاثة عقود على أبحاث المعرفة اللازمة للتدريس، مازال فهم هذه المعرفة غير مكتمل بشكل كافٍ وما زال الإطار النظري الذي دعا إليه شولمان

بحاجة إلى استقصاء أكثر لفهم هذه المعرفة الخاصة بمهنة التدريس وتحديد عناصرها ومكوناتها. مما دعا العديد من الباحثين في مجال تعليم الرياضيات مثل (Ball, Thames, & Phelps, 2008; Hill, 2011) إلى المناداة بمزيد من الأبحاث لتطوير فهمنا للمعرفة الرياضية اللازمة للتدريس بناء على أدلة تستند على الممارسة (Practice-Based Theory) وليس مجرد النظرية. ويعد مشروع تعلم الرياضيات من أجل التدريس (Learning Mathematics for Teaching: LMT) في جامعة ميتشجان من أهم هذه المشاريع الساعية لتطوير النظرية في ضوء الممارسة (Ball, Thames, & Phelps, 2008) والذي تدعمه المؤسسة الوطنية للعلوم في الولايات المتحدة الأمريكية (The National Science Foundation). ويبحث هذا المشروع المعرفة الرياضية اللازمة لتدريس الرياضيات، ويحاول أن يحدد عناصرها ومكوناتها وكيفية تطور هذه المعرفة لدى المعلمين نتيجة للخبرة والتطوير المهني. ووفقا لمشروع تعلم الرياضيات من أجل التدريس، فإن المعرفة الرياضية اللازمة للتدريس (Mathematical Knowledge for Teaching) هي بناء متعدد الأبعاد يمثل المعرفة المهنية للرياضيات التي يحتاجها المدرسون (Ball & Bass, 2000).

والدراسة الحالية تستقصي أحد أبعاد المعرفة الرياضية اللازمة لتدريس الهندسة لتلاميذ المرحلة الابتدائية وعلى وجه الخصوص المعرفة الخاصة بالمحتوى (Specialized Content Knowledge). فالضعف في معرفة المعلمين اللازمة لتدريس الهندسة، والذي أشارت إليه نتائج الدراسات التي أشير إليها آنفا، يدعونا للتساؤل عن مستوى معرفة معلمينا في المرحلة الابتدائية بالمعرفة الخاصة بالمحتوى. فتدريس الهندسة يتطلب فهماً من نوع خاص (المعرفة الخاصة بالمحتوى) لا يقتصر على القدرة على إجراء الخطوات ومعرفة الحسابات، فتحليل إجابات الطلاب غير المتوقعة حول تعميمات خاصة بالعلاقات الهندسية كالعلاقة بين المحيط والمساحة، يتطلب معرفة تتجاوز القدرة على حساب كلٍ من المحيط والمساحة، بحيث يصبح لدى المعلم المرونة والمعرفة الكافية بالعلاقات بين تلك المفاهيم للرد على إجابات الطلاب والحكم على مدى صحتها وقابلية تعميمها (Ma, 1999).

وللدراسة الحالية أهمية عملية ونظرية؛ ففي الجانب العملي، ستسهم نتائج الدراسة في تعلم المزيد حول مستوى المعرفة الرياضية اللازمة للتدريس لدى عينة من المعلمين، مما يمكن للمعلمين أنفسهم، وواضعي السياسات التعليمية، ومطوري برامج إعداد المعلمين من تصميم واقتراح برامج تسهم في رفع مستوى المعرفة الرياضية اللازمة لتدريس الهندسة، مما يسهم في رفع مستوى معرفة المعلمين الهندسية ومعالجة

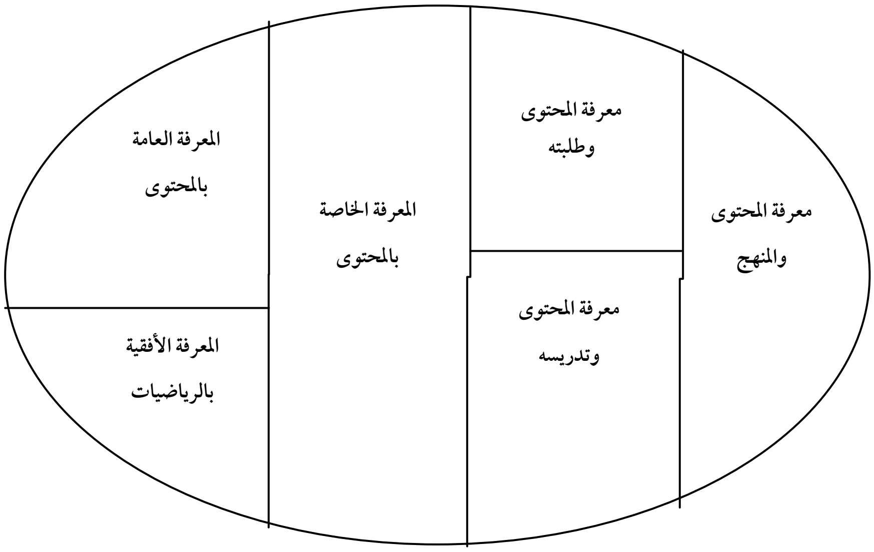
القصور أثناء وقبل الخدمة. أما في الجانب النظري، فتسعى الدراسة لإثراء الأدب النظري ليس على المستوى المحلي فحسب، بل حتى على المستوى الدولي بفحصها قابلية تطبيق وتعميم أبحاث ونتائج دراسات المعرفة الرياضية اللازمة للتدريس في بيئة تعليمية وثقافية مختلفة كالمملكة العربية السعودية، مما قد يسهم في بناء وتطوير الإطار النظري في هذا المجال وتحديد طبيعة المعرفة الرياضية اللازمة للتدريس وخاصة ما يتعلق بالهندسة (Charalambous & Hill, 2012).

ونستعرض فيما يلي ما تضمنته الدراسات السابقة حول معرفة المعلمين اللازمة لتدريس الهندسة، بدءاً من مفهوم المعرفة الرياضية اللازمة للتدريس وأساسها النظري، ونركز على المعرفة الخاصة بالمحتوى (Specialized Content Knowledge) كبعد مفصلي من أبعاد المعرفة الرياضية اللازمة للتدريس. ثم نتناول هذه المعرفة الخاصة في سياق المعرفة الهندسية كأحد فروع الرياضيات المدرسية الهامة.

إن تعريف مفهوم المعرفة الرياضية يختلف بحسب خلفية الشخص الذي يعرِّفها، فمثلا المعرفة الرياضية بالنسبة للمهندس تختلف عن المعلم وهي تختلف عن المعرفة اللازمة للشخص غير المختص. فالمعرفة الرياضية قد تعني ببساطة معرفة الحقائق والقواعد، وإجراء العمليات الحسابية والرياضية. ولكن المعرفة الرياضية اللازمة للتدريس تستلزم أكثر من معرفة حقائق وقواعد عمليات موضوع معين في كتاب الطالب. وكما ذكر سابقاً، كانت لأبحاث شولمان (Shulman, 1986) أثر كبير في توجيه الباحثين لدراسة مكونات مختلفة من معرفة المعلمين. ويبرز من أهمها: معرفة المادة العلمية (Subject Matter Knowledge)، ومعرفة طرق تدريس المحتوى (Pedagogical Content Knowledge)، ومعرفة المناهج الدراسية (Curriculum Knowledge). وبحسب شولمان (Shulman, 1986)، فإن معرفة المادة العلمية (SMK) تشمل معرفة الحقائق والمفاهيم والمبادئ والأطر لشرح المادة الدراسية، وكذلك معرفة المنهجية العلمية التي تستخدم لتوجيه البحوث في هذا التخصص، كما أنها تتضمن فهم بناء وتنظيم المادة العلمية. أما معرفة طرق تدريس المحتوى (PCK) فهي الجسر المعرفي الذي يربط بين فهم المعلم للمادة العلمية وممارساته التدريسية، كما تعني معرفة الطريقة الفضلى لتدريس المحتوى، وفهم كيف يمكن ترتيب عناصر المحتوى للوصول إلى أفضل تعليم. فمعرفة طريقة تدريس المحتوى تعني معرفة كيفية تمثيل وصياغة مفاهيم المادة العلمية، ومعرفة أساليب التدريس، وفهم ما يجعل المفاهيم صعبة أو سهلة التعلم، وتعني أيضا معرفة المفاهيم الخاطئة لدى الطلاب ومعرفتهم المسبقة عن الموضوع. أما النوع الثالث من معرفة المعلمين فهو معرفة

المناهج الدراسية والذي يتضمن معرفة العناصر المختلفة والبديل للمناهج، وكيف يمكن تقديمها، ومعرفة المواد التعليمية المصاحبة للمناهج.

واستنادا على نموذج شولمان لمعرفة المعلمين طور كل من هيل وبول وشلنق (Hill, Ball and Schilling, 2008) مفهوم المعرفة الرياضية اللازمة للتدريس (MKT) وقدموها في شكل بيضاوي مقسم إلى ستة أجزاء، ويمثل كل جزء بعداً من أبعاد المعرفة الرياضية اللازمة للتدريس. والشكل (1) التالي يوضح هذه الأبعاد الستة للمعرفة اللازمة للتدريس.



الشكل (1) الأبعاد الستة للمعرفة اللازمة للتدريس (MKT)

وهذه الأبعاد الستة هي:

1 – المعرفة العامة بالمحتوى (Common Content Knowledge): وتعرف بأنها «المعرفة والمهارة الحسابية المستخدمة في سياقات غير التدريس» (ص، 399). وتشير إلى المعرفة الرياضية والمهارات التي يمتلكها أي شخص بالغ ذي تعليم جيد، على سبيل المثال: طرح 307-168 بشكل صحيح باستخدام الطرح بالاستلاف.

2 – المعرفة الخاصة بالمحتوى (Specialized Content Knowledge): وتعرف بأنها «المعرفة والمهارة الرياضية الفريدة من نوعها والخاصة بالتعليم» (ص، 401). وهي المعرفة الرياضية والمهارات التي يستخدمها المعلم في عمله ولكن لا يمتلكها ولا يحتاجها عادة غيره من المتعلمين في المهن الأخرى، وعلى سبيل المثال، معرفة خوارزميات بديلة لحساب 307-168 غير

الطرح بالاستلاف.

3 – المعرفة الأفقية بالرياضيات (Horizon Content Knowledge): تشير إلى المعرفة بترابط المواضيع الرياضية في الصفوف والمراحل الدراسية، وفهم كيف يؤسس كل موضوع من مواضيع الرياضيات ما سيتبعه من مواضيع مرتبطة في الصفوف اللاحقة.

4 – معرفة المحتوى وطلبته (Knowledge of Content and Students): وتعرف بأنها: «المعرفة التي تجمع بين المعرفة بالطالب والمعرفة بالرياضيات» (ص، 401). وتشير إلى كل من معرفة المحتوى ومعرفة فهم الطلبة الذين يدرسون المحتوى، وتشمل معرفة ما هي المواضيع التي تمثل صعوبة وعائقاً للطلبة. فعلى سبيل المثال معرفة لماذا يظن بعض التلاميذ أن 307-168 تساوي 139.

5 – معرفة المحتوى وتدريسه (Knowledge of Content and Teaching): وتعرف بأنها «المعرفة التي تجمع بين معرفة التدريس ومعرفة الرياضيات» (ص، 401). وتقتضي وجود تفاعل بين الفهم الرياضي وفهم طرق تدريس الرياضيات بما يترك أثراً على تعلم الطالب، وتشير إلى كل من معرفة المحتوى وكيف ندرسه. فعلى سبيل المثال معرفة المزايا التعليمية لتدريس تمثيلات مختلفة لعملية طرح 307-168.

6 – معرفة المحتوى ومنهجه (Knowledge of Content and Curriculum): يشير إلى كل من معرفة المحتوى وفهم المنهج الذي يدرس منه هذا المحتوى، ويتضمن معرفة المواد التعليمية والبرامج المختلفة التي تساعد في تعلم وتعليم المنهج بشكل فعال.

ويتضح من الأبعاد الستة للمعرفة الرياضية اللازمة للتدريس، خصوصية وتشعب المعرفة التي يحتاجها المعلم لتدريس الرياضيات. وتركز بنود المقاييس التي بنيت ضمن مشروع تعلم الرياضيات من أجل التدريس (Learning Mathematics for Teaching: LMT) في جامعة ميتشجان على المعرفة العامة بالمحتوى والمعرفة الخاصة بالمحتوى، وذلك بهدف تحديد المعرفة الرياضية اللازمة للتدريس الفعال وبناء مقاييس يمكن للباحثين استخدامها لقياس هذه المعرفة في أفرع الرياضيات المختلفة. وتتناول الدراسة الحالية المعرفة الخاصة بالمحتوى الهندسي (Specialized Content Knowledge). وهذه المعرفة تخص المعلمين وما يحتاجونه في تدريس المادة، ولا يحتاجها في الغالب أصحاب المهن الأخرى. وفيما يلي نبين المزيد حول المعرفة العامة والخاصة بالمحتوى في سياق رياضيات المرحلة الابتدائية كما أوردها كل من بول وثاميس وفيلبس Ball, Thames, and Phelps (2008). فغالبية المتعلمين يستطيعون أن يجروا خوارزمية الطرح بالاستلاف الآتية:

$$\begin{array}{r} \overset{2}{\cancel{3}}\overset{9}{\cancel{0}}7 \\ -\,168 \\ \hline 139 \end{array}$$

فهذه معرفة عامة بالمحتوى يجب على جميع معلمي الرياضيات وغيرهم معرفتها والقدرة على إجراءها. والقدرة على إجراء هذا الطرح شرط ضروري ولكنه ليس كافيا لتدريس الطرح بالاستلاف؛ فالعديد من طلبة المرحلة الابتدائية قد يواجهون صعوبة في الطرح بالاستلاف ويرتكبون أخطاء شائعة مثل:

$$\begin{array}{r} 307 \\ -\,168 \\ \hline 261 \end{array}$$

وهذه النتيجة لا تتطلب أي معرفة خاصة للقيام بذلك، فأي شخص يستطيع حل هذه المسألة يمكن أن يعرف الخطأ بسهولة، ولكن تدريس ذلك يتطلب أكثر من معرفة الإجابة الخاطئة. فالمعلم الفعال يجب أن يكون قادرا على معرفة مصدر الخطأ الذي وقع فيه التلميذ، وعلاوة على ذلك يجب أن يقوم بذلك بسرعة، وفي لحظة حدوث الخطأ، ليصل إلى مصدره ويصحح للتلميذ هذا الفهم الرياضي الخاطئ. ففي المثال السابق، قام التلميذ بطرح العدد الأصغر في كل عمود من العدد الأكبر. فالمعلم الذي لا يدرك ذلك ستكون استجابته أبطأ لتصحيح هذا الفهم الخاطئ وقد لا يدرك هذا الفهم الخاطئ من الأساس. وفي المقابل قد يستخدم التلاميذ طريقة حل غير تقليدية للطرح بالاستلاف، وتكون صحيحة وقابلة للتعميم، لكن قد لا يدرك ذلك المعلم الذي لا يملك المعرفة الخاصة اللازمة لتدريس الطرح.

فطرق الحل في الأمثلة الآتية غير تقليدية وفي الغالب لا تقدم في كتب الرياضيات المدرسية لكنها صحيحة وقابلة للتعميم لكن الحكم على صحتها يصعب على الشخص الذي يعرف فقط كيف يجري خوارزمية الطرح بالاستلاف التقليدية.

$$\begin{array}{r} 307 \\ -168 \\ \hline 2 \\ 30 \\ 107 \\ \hline 139 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 307 \\ -168 \\ \hline 139 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 307 \\ -168 \\ \hline -1 \\ -60 \\ 200 \\ \hline 139 \end{array}$$

فالمعلم الذي لا يملك المعرفة الخاصة بالمحتوى واللازمة لتدريس الطرح قد لا يستطيع تفسير أخطاء التلاميذ وتقويم طرقهم البديلة وغير التقليدية للحل. وقد يحكم على طرق صحيحة للحل بأنها خاطئة؛ لأنه لا يملك المعرفة الخاصة التي تمكنه من بناء أو دراسة تمثيلات بديلة وتوفير تفسيرات وتقييم أساليب الحل غير التقليدية لدى التلاميذ (Ball, Thames, & Phelps, 2008).

والهندسة أحد أفرع الرياضيات المهمة التي تحتاج إلى فهم خاص ودقيق لتدريسها لما تتضمنه من فهم النظريات والقدرة على توظيفها في أوضاع رياضية مختلفة، وكذلك استخلاص المعطيات من التمرينات والقدرة على تجسيد المطلوب بالرسم أو التخطيط. وللهندسة مكانة خاصة في مناهج الرياضيات المدرسية، وزاد الاهتمام بها مع زيادة استخداماتها في الحياة العملية

كأنظمة تحديد المواقع (GPS) والتصاميم الحاسوبية ثلاثية الأبعاد وغيرها. ويواجه المعلمون صعوبة في فهم الهندسة وتدريسها (راشد والشباك، 2006 Jones, Mooney, & Harries, 2002;). وقد تناولت دراسات مختلفة أسباب ضعف المعلمين والطلبة في المعرفة الهندسية؛ فقد وجد المطرب (في النشر) انخفاضا في المعرفة الهندسية لمعلمي الرياضيات، وشكل تفسير لغة الرياضيات ومصطلحاتها صعوبة وتحديا لمعلمي الرياضيات ذوي التأهيل المنخفض. وتتفق هذه النتيجة مع ما توصل إليه راشد والشباك (2005) من وجود ضعف في اكتساب معلم الصف مفاهيم ومهارات الهندسة المستوية لطبيعة الإعداد العام لهم، وعدم دراستهم لمقررات رياضيات كافية لتعميق فهمهم للمفاهيم والمهارات الهندسية. وتشير نتائج الدراسات الدولية مثل (TIMSS) إلى أن مناهج الهندسة متفاوتة بين الدول أكثر من أي فرع من أفرع الرياضيات، وأن أداء الطلبة في الهندسة ضعيف مجملا. فعلى سبيل المثال واجه الطلبة صعوبة في المسائل المتعلقة بخصائص متوازي الأضلاع (49٪ إجابة صحيحة)، والمسائل المتعلقة بخصائص المثلث متطابق الأضلاع (35٪ إجابة صحيحة) (Gonzales et al., 2008). ومع ذلك لا تعطى الهندسة اهتماما كافيا في برامج إعداد معلمي المرحلة الابتدائية، وقد يقتصر تدريسها على مقرر واحد يتناول المعرفة العامة بالمحتوى ويغفل الأبعاد الأخرى من المعرفة اللازمة للتدريس مثل المعرفة الخاصة، ومعرفة طرق التدريس (Grover & Connor, 2000). لذلك ليس من المستغرب أن تكون معرفة معلمي الرياضيات في المرحلة الابتدائية اللازمة لتدريس الهندسة ضعيفة في مجملها؛ حيث ينحى التدريس منحى إجرائيا يركز على تدريس الإجراءات والقوانين لدى المعلم الأقل معرفة، بينما ينحى التدريس منحى مفاهيمي لدى المعلم المتمكن من المعرفة الرياضية (Grover, & Connor, 2000).

وتشير العديد من الدراسات التي بحثت المعرفة الرياضية اللازمة للتدريس كدراسات Ma, 1999; Hill & Ball, 2005; Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001 أن معرفة المعلمين الرياضية وبخاصة معرفة المحتوى العلمي ومعرفة طرق تدريسه تعد عاملا مهما في تحقيق وزيادة الدعم المقدم للطلاب، إلا أن فهم هذه المعرفة ما يزال غير كاف (Charalambous, 2010). فالباحثون والمختصون في تعليم الرياضيات يواجهون مشكلة قصور في الفهم المتعلق بالمعرفة الرياضية وخصوصا الهندسية اللازمة لتدريس الرياضيات؛ فلا يوجد تعريف محدد على وجه الدقة لعناصر ومكونات المعرفة اللازمة لتدريس الهندسة وعلى وجه الخصوص المعرفة الخاصة بالمحتوى الهندسي (Charalambous &

(Hill, 2012. فمفهوم المعرفة اللازمة للتدريس يدعمه المنطق ولكن يعوزه أساس تجريبي صلب لتحديد مكوناته. فمن غير دراسات تسعى لتحديد هذه المعرفة في كافة أفرع الرياضيات وقياس مستواها لدى المعلمين، سيظل مفهوم المعرفة اللازمة للتدريس فرضية واعدة مبنية على حجج منطقية للمعرفة التي نعتقد بأهميتها للمعلمين (Ball, Thames, & Phelps, 2008).

مشكلة الدراسة وأسئلتها

تعد الهندسة «المكان الطبيعي لتنمية التفكير ومهارات التبرير لدى الطلبة» (NCTM, 2000, p.42). وقد لاقت مزيداً من الاهتمام في المناهج الجديدة في المدارس الابتدائية في نظام التعليم السعودي. ومن أجل تحسين تعليم الهندسة في المرحلة الابتدائية، فمن الضروري أن نعرف مستوى المعرفة الخاصة ببعض جوانب المحتوى الهندسي واللازمة لتدريس الرياضيات لدى معلمي الرياضيات في المرحلة الابتدائية.

هدف الدراسة

تهدف هذه الدراسة إلى فهم وتحديد بعض عناصر ومكونات المعرفة الخاصة بمعلم الرياضيات واللازمة لتدريس الهندسة لدى عينة من معلمي الرياضيات في المرحلة الابتدائية في المملكة العربية السعودية.

ويمكن توضيح هدف الدراسة في التساؤلات التالية:

- ما مستوى المعرفة الخاصة بخصائص الأشكال الهندسية لدى معلمي المرحلة الابتدائية؟
- ما مستوى المعرفة الخاصة بمفهوم المحيط وحسابه في أشكال بسيطة ومركبة لدى معلمي المرحلة الابتدائية؟
- ما مستوى المعرفة الخاصة بالعلاقة بين أطوال متوازي المستطيلات وتأثيرها على المساحات والحجم لدى معلمي المرحلة الابتدائية؟

مصطلحات الدراسة:

المعرفة الخاصة بالمحتوى (Specialized Content Knowledge): وتعرف بأنها «المعرفة والمهارة الرياضية الفريدة من نوعها والخاصة بالتعليم» (Ball, Thames, & Phelps, 2008, p401). وتعرف إجرائيا بأنها الدرجة التي يحصل عليها المعلم في مقياس المعرفة الرياضية اللازمة للتدريس في هذه الدراسة.

منهجية الدراسة

منهج الدراسة

الدراسة الحالية توظف المنهج الوصفي التحليلي الذي يدرس ويحلل الظاهرة والمتغيرات كما هي في الواقع بهدف الوصول إلى استنتاجات تسهم في فهم هذا الواقع وتطويره.

مجتمع وعينة الدراسة

تكون مجتمع الدراسة من جميع معلمي ومعلمات

الرياضيات في المرحلة الابتدائية في إحدى المدن متوسطة الحجم التابعة لمنطقة الرياض. وتكونت عينة الدراسة من 40 معلما و30 معلمة يدرسون الرياضيات في المرحلة الابتدائية.

أدوات الدراسة

استخدمت الدراسة أحد مقاييس المعرفة الرياضية Mathematics Knowledge for Teaching (MKT) وهو مقياس المعرفة الرياضية اللازمة لتدريس الهندسة النموذج (A2004). وقد طُور في مركز تعليم وتعلم الرياضيات في جامعة متشيجان (Learning Mathematics Teaching) وكتبت فقرات مقاييس المعرفة الرياضية بناء على نتائج البحوث، ودراسة المناهج، وأعمال الطلبة، بالإضافة إلى خبرات الباحثين (Ball, Thames, & Phelps, 2008). وفقرات المقياس لا ترتبط بمنهج دراسي معين بل تقيس الكفايات التي يستعملها المعلمون في المرحلة الابتدائية في تدريس الرياضيات وتمثيل مفاهيمها وتفسير إجابات الطلبة غير الاعتيادية وتوقع الصعوبات التي قد تواجههم في تعلم الرياضيات، واستخدام المقياس في دراسات متعددة في أنظمة تعليمية مختلفة حول العالم (Delaney, Ball, Hill, Schilling, & Zopf, 2008). وقد جاءت فقرات المقياس على هيئة مواقف ومشكلات رياضية قد تواجه المعلم أثناء تدريسه للرياضيات، ثم يقَدَم للمعلم سؤال رياضي يقيس معرفته الخاصة بالمحتوى الهندسي الذي يتضمنه هذا الموقف أو المشكلة، وعليه أن يختار إجابة واحدة أو أكثر (في بعض الفقرات) من ضمن عدة خيارات. وتم بناء المقاييس وفقا لمعايير محددة هي (Hill, Schilling, & Ball, 2004): (1) أن تعكس المعرفة التي يستخدمها المعلم في التدريس وتتضمن المحتوى الذي يدرسه ومعرفة كيف يدرسه. (2) أن تعكس المسائل الرياضية سياق مايدور في الفصل. (3) أن لا تعكس هذه المسائل أي توجه لكيفية تدريس الرياضيات. (4) يجب أن تميز الأسئلة بين المعلمين.

وهذه الدراسة سعت لتقديم نسخة عربية دقيقة لمقياس المعرفة الرياضية اللازمة لتدريس الهندسة النموذج (A2004) الذي يحتوي على (15) فقرة. وكجزء من هذه الدراسة، طُورت الصورة الأولية العربية للمقياس لرفع مستوى دقتها ومناسبتها للسياق الثقافي السعودي. وفقرات هذا المقياس غير قابلة للنشر وفقا لشروط أصحاب النسخة الأصلية للمقياس. ولكن هناك بعض الفقرات التي يمكن عرضها كأمثلة على بعض فقرات المقياس.

صحة وموثوقية المقياس

لتقييم صحة الأداة وموثوقيتها، قام الباحثان بترجمة المقياس إلى اللغة العربية، ثم عرضت فقرات المقياس (MKT) على أساتذة في تعليم الرياضيات ممن

يجيدون اللغة الإنجليزية للتأكد من سلامة الترجمة. وبعد ذلك عرضت النسخة العربية للتحكيم من قبل خبراء ومختصين لأخذ اقتراحاتهم لتحسين ترجمة الفقرات. بالإضافة إلى ذلك استخدم أسلوب الترجمة العكسية (Back Translation)، حيث ترجمت النسخة العربية إلى اللغة الإنجليزية من قبل مترجم مستقل لفحص دقة الترجمة ومطابقتها مع أساس المقياس في نسخته الإنجليزية. بعد ذلك قُدم المقياس لخمسة من المعلمين ذوي الخبرة وطلب منهم تقييم كل فقرة وفقا لثلاثة معايير رئيسة هي المستوى والوضوح والمناسبة، حيث يكون التقييم كالآتي: المستوى: سهل/ متوسط/ صعب، الوضوح: واضح/ غير واضح، المناسبة: مناسب/ غير مناسب. وجاءت نتيجة التقييم مشجعة؛ حيث كان مستوى جميع الفقرات سهلا إلى متوسط، وكانت واضحة ومناسبة، مع بعض ملاحظات المحكمين التي تم العمل عليها وتوضيحها. وبذلك أصبح المقياس وفقراته مطمئنا وقابلا للتطبيق.

إجراءات تطبيق الدراسة

بعد الانتهاء من كافة التعديلات، وتحديد عينة الدراسة بالتعاون مع مشرفين ومشرفات تربويين، وفي أثناء الدورات التدريبية المقدمة للمعلمين والمعلمات في بداية العام الدراسي 1433/ 1434هـ، قُدم المقياس مع بيان الهدف منه وكيفية الإجابة عنه، بحيث يجيب كل معلم ومعلمة عن المقياس بمفرده دون مساعدة أي زميل، ومع التأكيد على عدم الخروج بأي نسخة للمقياس خارج القاعة حفاظا على سريته. وقد أرسلت التعليمات الخاصة بتطبيق المقياس للمشرفين والمشرفات، وحدد الزمن المعطى للإجابة عن المقياس فكان (40) دقيقة.

نتائج الدراسة ومناقشتها

النتائج المعروضة في هذه الدراسة تقتصر على إجابات المعلمين على الفقرات التي تقيس عناصر ومكونات المعرفة الخاصة بمعلم الرياضيات واللازمة لتدريس الهندسة والتي تجيب عن تساؤلات الدراسة، في هذه الجوانب:

1 – معرفة المعلمين بخصائص الأشكال الهندسية ثنائية الأبعاد.

2 – معرفة المعلمين بمفهوم المحيط وحسابه في أشكال بسيطة ومركبة.

3 – معرفة المعلمين بالعلاقة بين أطوال متوازي المستطيلات وتأثيرها على المساحات والحجم.

وتجدر الإشارة إلى أنه تم اعتماد مستوى المعرفة (70٪ فما فوق) كأداء يعكس معرفة جيدة ومقبولة على فقرات مقياس الدراسة، وذلك لأن المحكمين غالبا ما يقدرون مستوى الأداء المقبول لمعلمي الرياضيات في الاختبارات التي تقيس المعرفة والمهارات الأساسية لما

يُدرسه المعلم لتلاميذه ما بين (70٪ إلى 80٪) (راشد والشباك، 2005).

و سنستعرض فيما يلي أسئلة الدراسة ونتائجها ونناقشها:

نص تساؤل الدراسة الأول: **ما مستوى المعرفة الخاصة بخصائص الأشكال الهندسية لدى معلمي المرحلة الابتدائية؟**

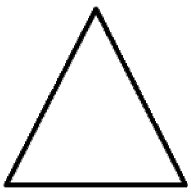
وللإجابة عن هذا السؤال استُخرجت التكرارات والنسب المئوية للإجابات الصحيحة (يمتلك المعرفة) والخاطئة (لا يتملك المعرفة) لأفراد العينة على (5) عبارات رياضية تعكس كل عبارة منها معرفة دقيقة بخصائص أحد الأشكال الهندسية وقد تكون هذه العبارة صحيحة دائما، أو صحيحة أحيانا، أو ليست صحيحة. ويطلب من المعلم الحكم على العبارة من خلال الخيارات الآتية: صحيحة دائما، أو صحيحة أحيانا، أو ليست صحيحة، أو ليس متأكدا من الحل. ومن خلال مفتاح حل المقياس، تم إيجاد الإجابات الصحيحة والخاطئة والتي تعكس مستوى المعرفة الخاصة بالمحتوى والتي تمكنهم من الحكم على صحة العبارة وقابلية تعميمها، واستقصاء المعرفة حول خصائص الأشكال الهندسية، والجدول (1) الآتي يوضح ذلك:

جدول (1). نتائج معرفة المعلمين بخصائص الأشكال الهندسية والحكم على صحتها.

م	المعرفة بخصائص الأشكال	يمتلكون المعرفة	لا يمتلكون المعرفة
		ت (٪)	ت (٪)
1	ليس حتماً أن تكون جميع زوايا المثلث حادة	50 (70٪)	20 (30٪)
2	المربع حالة خاصة من المستطيل	42 (60٪)	28 (40٪)
3	مساحة الدائرة تساوي 3 أضعاف مربع نصف قطرها تقريبا	27 (39٪)	43 (61٪)
4	مساحة المضلع الذي جميع رؤوسه على دائرة أقل من مساحة الدائرة.	52 (74٪)	18 (26٪)
5	قد تختلف قياسات زوايا شكل سداسي عن بعضها.	29 (41٪)	41 (59٪)

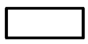
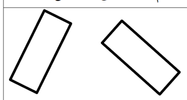
ولمزيد من الفهم لمعرفة المعلمين بخصائص الأشكال الهندسية والقدرة على الحكم على صحتها، سنناقش إجابات المعلمين عن كل عبارة وما تعكسه من معرفة هندسية. فمن الجدول (1) السابق، تظهر إجابات المعلمين عن العبارة الرياضية (1) أن (70٪) من المعلمين يعرف أنه «ليس حتماً أن تكون جميع زوايا المثلث حادة»، وهذا يعني أنه قد تكون أحد زوايا المثلث غير حادة (قائمة أو منفرجة)، مما قد يشير إلى أن هؤلاء المعلمين يستحضرون خصائص المثلث كمضلع ثلاثي مجموع زواياه 180° وبالتالي يمكن أن تكون إحدى زواياه أكبر

من 90° كما في المثلث منفرج الزاوية، أو قد تكون إحدى زواياه تساوي 90° كما في المثلث قائم الزاوية. ولكن المفاجأة أن (30٪) من المعلمين يظنون أن زوايا المثلث دائما حادة، وهذا العدد الكبير نسبيا يعكس معرفة خاطئة قد تكون ناتجة عن استحضار متعجل للصورة التقليدية لشكل المثلث الحاد الزوايا الذي قاعدته أفقية كما في الشكل (2). وقد تكون مجرد استجابة متسرعة ناتجة عن عدم التركيز لفهم مغزى السؤال.



الشكل (**2**): الصورة الذهنية التقليدية للمثلث

أما إجابات المعلمين عن العبارة (2) ذات العلاقة بخصائص المستطيل فتظهر أن معرفة (40٪) من المعلمين بخصائص المستطيل قاصرة، ومبنية على تصوراتهم الشخصية للمستطيل والتي في الغالب تصف المستطيل كمضلع رباعي «طويل» وله ضلعان أطول من الضلعين الآخرين ويرسم أفقيا على الورقة. فقد أظهرت نتائج الأبحاث السابقة أن تصنيف الأشكال الهندسية يعتمد على التصور الشخصي وليس التعريف الهندسي لدى العديد من الأشخاص (Gal & Linchevski, 2010). وهذه التصورات الشخصية تكونت لديهم من الصورة الشائعة للمستطيل كما في الشكل (3) والتي تغفل بعض الحالات الخاصة له كالمربع. فالمربع ما هو إلا مستطيل متطابق الأضلاع، لأن المستطيل عبارة عن متوازي أضلاع زواياه قائمة والمربع يحقق هذه الخصائص. والصعوبة التي واجهها هؤلاء المعلمون في التعرف على الأشكال الهندسية عندما ترسم في أوضاع غير شائعة تتفق مع نتائج دراسات سابقة، فقد وجد أوزرم (Ozerem, 2012) أنه يصعب تحديد وتميز الأشكال الهندسية عندما تكون في أوضاع غير اعتيادية، مثال ذلك عندما لا تكون أضلاع المستطيل بوضع عمودي أو أفقي. والشكل (3) يوضح صورة المستطيل الشائعة والصور الأخرى.

الشكل	صورة المفهوم الشائعة	الصور التي تتطلب فهم خصائص الشكل
المستطيل		

الشكل (**3**): صورة مختلفة للمستطيل لم يدركها بعض المعلمين

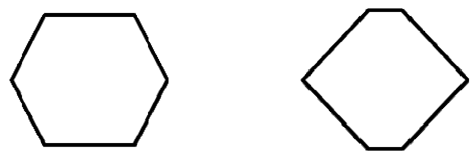
أما إجابات المعلمين عن العبارة (3) التي تربط ما بين مفهوم مساحة الدائرة ونصف قطرها فقد أظهرت أن (39٪) فقط يمتلكون معرفة أن مساحة الدائرة تساوي 3 أضعاف مربع نصف قطرها تقريبا. وبفحص بقية الإجابات فقد أظهرت النتائج أن (16٪) من المعلمين تشير إجابتهم أن هذه العلاقة صحيحة أحياناً وليس دائما، أما (10٪) من الإجابات فتشير إلى أن هذه

العلاقة غير صحيحة، بينما أجاب (35٪) من المعلمين بأنهم غير متأكدين من هذه العلاقة ولا يملكون المعرفة الكافية للإجابة عن هذا السؤال. ومن المعلوم أن حساب مساحة الدائرة بمعرفة طول نصف قطرها أحد مواضيع القياس التي تقدم في المرحلة الابتدائية والمتوسطة. ويُتوقع من غالبية معلمي الرياضيات أن تكون العلاقة الرياضية: مساحة الدائرة = ط × نق^2 حاضرة في الذهن لأنها من العلاقات المهمة التي يتعامل معها أي معلم بشكل مستمر. وقد تعزى هذه النسبة الكبيرة من المعلمين الذين لم يظهروا امتلاك هذه المعرفة إلى عدة أسباب منها: عدم تذكر العلاقة بين نصف قطر الدائرة ومساحتها أو الخلط بين مساحة الدائرة ومحيط الدائرة، وبالتالي عدم القدرة على تحديد ما إذا كانت المساحة هي 3 أضعاف نصف القطر تقريبا أم لا. أو قد يكون البعض يتذكر العلاقة لكنه غير مدرك بشكل كامل رموز هذه العلاقة ومفاهيمها، وقد لا يكون قادراً على تحليل أجزائها وعلاقة بعضها ببعض، فقد لا يكون مدركاً أن «ط» النسبة التقريبية هي النسبة بين محيط الدائرة وقطرها وتساوي تقريبا 3.14. لذا لا يدرك أن المساحة هي 3 أضعاف مربع نصف القطر تقريبا.

أما إجابات المعلمين على العبارة (4) التي تفحص علاقة مساحة المضلع داخل الدائرة بمساحة الدائرة فقد بينت النتائج أن (11٪) من المعلمين لا يمتلكون المعرفة لتحديد العلاقة بين مساحة المضلع داخل الدائرة ومساحة الدائرة ويظنون أنه لا يمكن الحكم على العلاقة بين مساحة الدائرة ومساحة المضلع المرسوم داخلها. وتظهر إجابات (9٪) من المعلمين أن ما يعرفونه هو أن هذه العلاقة خاطئة وأن مساحة المضلع أكبر من مساحة الدائرة. أما (7٪) من المعلمين فلا يملكون المعرفة اللازمة للحكم على هذه العلاقة. وقد تعزى الإجابات الصحيحة إلى أن مجرد فهم السؤال والقدرة على تصور مضلع داخل دائرة كافٍ للحكم على أن مساحة هذا المضلع أقل من مساحة الدائرة؛ لأنه لا يمكن تصور حالة تكون فيها جميع رؤوس مضلع داخل دائرة وتكون مساحته أكبر من مساحة الدائرة. أما من أجاب بأن هذه العلاقة صحيحة أحيانا أو غير صحية، فقد تدل هذه الإجابات على أن المعلم إما أنه لم يفهم المسألة بشكل صحيح لعدم التركيز الكافي في قراءة الفقرة، أو عدم فهمه أحد المفاهيم الواردة فيها؛ أو أنه لم يستطع تصور وتخيل مضلع جميع رؤوسه داخل دائرة بشكل صحيح. فالقدرة على التصور والتجسيد من القدرات المهمة في تدريس الهندسة.

أما إجابات المعلمين على العبارة (5) والمتعلقة بالتعميم التالي «جميع زوايا الشكل السداسي متساوية في القياس» فقد أظهرت النتائج أن (41٪) استطاع معرفة أن زوايا الشكل السداسي ليست حتماً متطابقة ما لم يكن

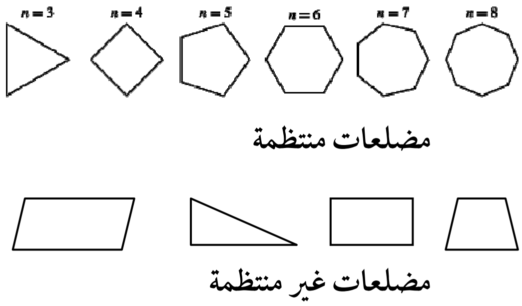
السداسي منتظماً. أما إذا كان السداسي غير منتظم فستختلف قياسات بعض الزوايا. كما في الشكل (4) التالي:



الشكل (4): الشكل السداسي المنتظم وغير المنتظم

وقد أظهرت إجابات (59٪) من المعلمين أنهم لا يمتلكون معرفة أن زوايا الشكل السداسي ليست حتماً متطابقة ما لم يكن السداسي منتظماً. وهذه المعرفة الخاطئة قد تكون ناشئة عن الخلط بين مفهوم المضلع المنتظم والمضلع المألوف. فالمضلع المنتظم (تتطابق جميع زواياه وأضلاعه) ليس ببساطة المضلع المألوف مثل المثلث والمربع والخماسي أو السداسي. فالمضلعات المألوفة السابقة قد تكون منتظمة وقد تكون غير منتظمة. فالمضلع المنتظم هو المضلع الذي تتطابق جميع زواياه وأضلاعه. فقد تكون الصورة الذهنية التي تكونت لدى بعض المعلمين عن الأشكال المألوفة مثل الخماسي والسداسي هي المضلع المنتظم حيث تتطابق الزوايا والأضلاع. ولكنه في الحقيقة لا يكفي أن نحكم على انتظام المضلع من مجرد معرفة اسمه كالخماسي والسداسي، بل يجب أن نحدد هل هو منتظم أما لا.

والشكل (5) يوضح أمثلة على مضلعات مألوفة غير منتظمة ومضلعات منتظمة.



الشكل (5): المضلعات المنتظمة والمضلعات المألوفة غير المنتظمة

وعند فحص إجابات المعلمين بشكل عام على الفقرات السابقة الخاصة بمعرفتهم بخصائص الأشكال الهندسية والقدرة على الحكم على صحتها وتصورها وتجسيدها مما يساعد في معرفة الصور الخاصة وغير الشائعة لبعض الأشكال الهندسية، يمكن القول بأن إجابات المعلمين على الفقرات السابقة توضح أن المعرفة اللازمة للتعامل مع المفاهيم السابقة منخفضة، وقد يكون ذلك بسبب قلة تناول هذه المفاهيم وتصورها وتجسيدها سواء في مرحلة إعداد المعلم أو حتى في أثناء عملية التدريس. فالمعلمون بحاجة إلى تعميق معرفتهم بخصائص الأشكال الهندسية. ويوضح هويلز (Hoyles, 1998) أن تعلم الهندسة غالبا ما يكون أكثر تعقيدا من تعلم الأعداد والعمليات عليها أو حتى مبادئ الجبر. لذلك من الأهمية بمكان إدراج طرق جديدة أثبتت

فاعليتها مثل استخدام الأدوات البصرية والوسائط المتعددة في الفصول الدراسية. فخصائص الأشكال الهندسية هي من يحدد هذه الأشكال ومسمياتها وأوجه التشابه والاختلاف بينها. ومعرفة هذه الخصائص وأوجه الشبه والاختلاف والقدرة على التبرير الهندسي يساعدنا في تحديد ما إذا كانت بعض الحالات الخاصة بالأشكال الهندسية صحيحة دائما أو صحيحة أحيانا أو ليست صحيحة. ويمكن القول من خلال النتائج السابقة أن معرفة العديد من المعلمين بخصائص الأشكال الهندسية يعكس فهم «صورة المفهوم» (الصورة التحليلية التي يكونها الشخص) والتي تكون لديه من خلال تعلم الأشكال الهندسية من خلال الصور التقليدية لها مثل شكل المستطيل الذي طوله أكبر من عرضه. ولكن يعوزهم معرفة وفهم «تعريف المفهوم» والقدرة على إعطاء مثال وما ليس بمثال على كل شكل. ويدخل في ذلك توضيح العلاقة بين المربع والمستطيل، المضلعات المنتظمة وغير المنتظمة، أنواع المثلثات. وتنسجم هذه النتيجة مع نتائج الدراسات السابقة مثل دراسة فوجيتا وجونز (Fujita & Jones, 2006) حيث وجدا أن العديد من المعلمين لديهم القدرة على رسم الأشكال الرباعية بشكل صحيح (ما عدا شبه المنحرف) لكنهم غير قادرين على تعريف رياضي دقيق لبعض الأشكال الرباعية مما يسبب صعوبة وعدم دقة في تصنيف الأشكال الرباعية.

نص تساؤل الدراسة الثاني: **ما مستوى المعرفة الخاصة بمفهوم المحيط وحسابه في أشكال بسيطة ومركبة لدى معلمي المرحلة الابتدائية؟**

وللإجابة عن هذا السؤال استخرجت التكرارات والنسب المئوية للإجابات الصحيحة (يمتلك المعرفة) والخاطئة (لا يتملك المعرفة) لأفراد العينة على (4) فقرات تقيس المعرفة بالمحيط لأشكال مختلفة منها البسيط (كالمربع والمثلث) ومنها المركب (تتركب من شكلين أو أكثر من الأشكال البسيطة). وهذه الأشكال مرسومة على شبكة من النقاط (Geoboard) ويطلب من المعلمين تحديد ما إذا كان محيط كل شكل (يساوي 12 وحدة، لا يساوي 12 وحدة، لا توجد معلومات كافية، أو غير متأكد). وفي جميع المضلعات المعروضة، كانت رؤوس المضلع تقع على نقاط الشبكة، وقد كانت بعض الأضلاع في بعض الأشكال لا تمر على نقاط الشبكة. والجدول (2) التالي يوضح ذلك:

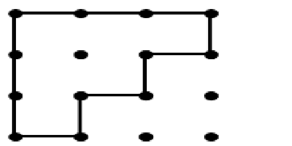
جدول (2): نتائج معرفة المعلمين بمفهوم المحيط والقدرة على حسابه في أشكال بسيطة ومركبة.

م	المعرفة بمفهوم المحيط وحسابه	يمتلكون المعرفة ت (٪)	لا يمتلكون المعرفة ت (٪)
1	حساب المحيط لشكل مركب يمر بنقاط الشبكة	52 (٪74)	18 (٪26)
2	حساب المحيط مستطيل تمر أضلاعه بنقاط الشبكة	59 (٪84)	11 (٪16)

تابع جدول (**2**).

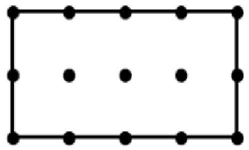
م	المعرفة بمفهوم المحيط وحسابه	يمتلكون المعرفة ت (٪)	لا يمتلكون المعرفة ت (٪)
3	حساب المحيط لشكل مركب فيه أضلاع تمثل أقطار مربعات في شبكة النقاط	32 (46٪)	38 (56٪)
4	حساب المحيط لمثلث قائم وتره لا يمر بنقاط الشبكة	8 (11٪)	62 (89٪)

ولمزيد من الفهم لمعرفة المعلمين بمفهوم المحيط والقدرة على حسابه في أشكال بسيطة ومركبة، نستعرض ونناقش إجابات المعلمين عن فقرات هذا السؤال وما تعكسه من معرفة هندسية. فمن الجدول (2) السابق، تظهر إجابات المعلمين على الفقرة (1) الخاصة بحساب محيط مضلع بسيط تمر أضلاعه بنقاط الشبكة ويمثل كل ضلع وحدة أو أكثر على شبكة النقاط، بأن (26٪) من المعلمين لم يستطيعوا حساب المحيط. وحساب محيط الأشكال المركبة يختلف عن حساب محيط الأشكال البسيطة لأنه في الغالب لا توجد قاعدة ثابتة يمكن من خلالها حساب المحيط للأشكال المركبة كما هو الحال في غالبية الأشكال البسيطة كالمستطيل والمربع. ويتطلب حساب محيط شكل مركب إدراكا لمفهوم المحيط، وأنه طول الخط الذي يحيط بالشكل (معرفة خاصة). وبالتالي لحساب هذا المحيط، تُقاس أطوال أضلاع الشكل ثم تجمع مع بعضها. وقد يكون السبب وراء عدم قدرة بعض المعلمين على حساب المحيط في الفقرة (1) هو مجرد الاستعجال في الحل وعدم التركيز، وقد يكون السبب هو عدم اكتمال المعرفة الخاصة بالمحيط، واقتصار فهمهم على الفهم العام الذي يمكنهم من حساب المحيط للأشكال البسيطة بتطبيق قاعدة معينة مثل: محيط المستطيل = 2 × (الطول + العرض). فعندما يقتصر فهم ومعرفة المعلم على القدرة على إجراء العمليات الحسابية لمحيط الأشكال البسيطة ويغفل عن المعرفة الخاص التي عن طريقها يدرك أن المحيط ما هو إلا طول الخط الذي يحيط بالشكل، عندها يصبح المعلم في حيرة إذا واجه أشكالا مركبة لا يتذكر قاعدة ثابتة لحساب محيطها كما هو الحال في الشكل (6).



الشكل (**6**): شكل مركب لا يملك بعض المعلمين المعرفة اللازمة لحسابه

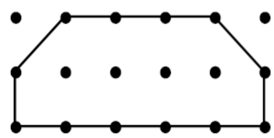
أما إجابات المعلمين على الفقرة (2) والمتعلقة بحساب محيط شكل بسيط (مستطيل) تمر جميع أضلاعه بنقاط الشبكة، كما في الشكل (7)، فتظهر أن أكثر المعلمين (84٪) استطاع حساب محيط هذا الشكل.



الشكل (7): شكل بسيط استطاع أكثر المعلمين حساب محيطة

وقد تكون هذه النسبة العالية ناتجة عن شيوع استخدام المستطيل لحساب المحيط، فيمكن من خلال المعرفة الرياضية الخاصة عد الوحدات الطولية التي تحيط بالشكل وهي (12) وحدة، أو من خلال المعرفة العامة وتطبيق قاعدة حساب محيط المستطيل الشائعة الاستخدام والتي يستحضرها العديد من المعلمين: محيط المستطيل = 2 (الطول + العرض).

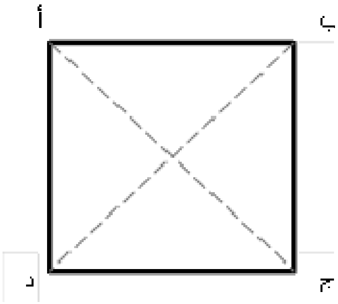
أما الفقرة رقم (3) فكان المطلوب حساب محيط مضلع يمثل شكلاً مركباً فيه ضلعان طولاهما يمثلان قطري مربعين من مربعات الشبكة، كما في الشكل (8) التالي.



الشكل (**8**): شكل مركب فيه ضلعان طولاهما يمثلان قطري مربعين من مربعات الشبكة

لذا فإن محيطة أكبر من 12 وحدة لأنه يساوي طول 10 وحدات + طول قطرين من أقطار مربعات الشبكة. وقد أظهرت إجابات المعلمين أن (56٪) منهم لم يتمكنوا من معرفة المحيط وكانت إجاباتهم: إما أن المحيط يساوي 12، أو لا توجد معلومات كافية، أو غير متأكدين من الإجابة. وقد تعزى هذه النسبة العالية من الإجابات الخاطئة إلى عدم امتلاك المعرفة اللازمة لحل هذه الفقرة.

فالقدرة على حلها تتطلب أكثر من مجرد المعرفة الخاصة بالمحيط، وتتجاوزه إلى فهم العلاقة بين طول ضلع المربع وطول قطره. فعند النظر إلى أقطار المربع فإنها «تبدو» كما لو كانت بنفس طول أضلاعه، وهذا الخداع البصري يقع فيه الكثيرون عندما يحكمون على الأطوال بمجرد النظر. والشكل (9) التالي يوضح ذلك:

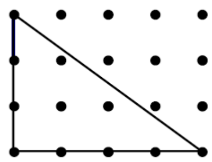


الشكل (**9**): قد يظن البعض أن طول أب = طول ب د

فربما يكون (37٪) من المعلمين قد وقع في هذا الخداع البصري وأجاب: إن طول المحيط يساوي 12 وحدة. وهذه الإجابة تعكس أن المعلمين يدركون مفهوم المحيط، ولكنهم لا يدركون أن قطر المربع أطول من ضلعه. ولذا عندما قاموا بحساب المحيط بتجميع أطوال أضلاعه، اعتقدوا أن ضلع الشكل الذي يمثل أحد أقطار مربعات الشبكة يساوي وحدة واحدة، وظنوا أن محيط الشكل يساوي 12 وحدة.

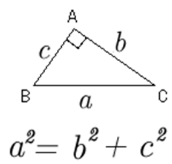
أما المضلع المقدم في الفقرة (4) فقد كان مثلثاً قائم الزاوية رؤوسه على نقاط الشبكة ومحيطه يساوي 12 وحدة. وقد كان ضلعاه يمران بنقاط الشبكة وطولاهما

يسهل معرفته بمجرد عد الوحدات التي تمر بهما وكان طولهما 4 سم و3سم على الترتيب. أما وتره فلا يمر بأي من نقاط الشبكة، لذا لا يمكن حساب طوله بمجرد عد الوحدات التي يمر بها، والشكل (10) يوضح ذلك.



الشكل (**10**): مثلث قائم الزاوية وتره لا يمر بنقاط الشبكة

وقد استطاع (11٪) فقط من المعلمين الإجابة عن هذه الفقرة، وقد تعزى هذه النسبة المرتفعة من الإجابات الخاطئة إلى عدم امتلاك المعرفة اللازمة لحل هذه الفقرة. فالقدرة على حلها تتطلب أكثر من مجرد المعرفة الخاصة بالمحيط، وتتجاوزه إلى فهم العلاقة بين طول الضلعين المحاذيين للزاوية القائمة في مثلث ووتره. وتحسب هذه العلاقة عن طريق مبرهنة فيثاغورث التي تنص على أنه «في مثلث قائم الزاوية، مربع طول الوتر يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين المحاذيين للزاوية القائمة». لذا فإن مربع طول الوتر (a) = مربع الضلع (b) + مربع الضلع (c)، كما يظهر في الشكل (11) التالي:



الشكل (**11**): مبرهنة فيثاغورث لحساب وتر مثلث قائم الزاوية

وعليه فإن طول وتر المثلث (a) يُحسب كما يلي:

$$a^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

إذن طول الوتر (a) = 5 وحدات، فيكون محيطه = 5+4+3 = 12 وحدة.

ومن ضمن من أجاب إجابة خاطئة، أجاب (11٪) من المعلمين بأن «المعلومات غير كافية» لحل هذه المسألة، فبالإضافة إلى عدم إدراكهم لمبرهنة فيثاغورث، قد تكون هذه الإجابة بسبب عدم مرور الوتر على أي من نقاط الشبكة، وفي غياب مسطرة القياس، ظنوا أنه لا يمكن حساب المحيط من المعطيات.

نص تساؤل الدراسة الثالث: **ما مستوى المعرفة الخاصة بالعلاقة بين أطوال متوازي المستطيلات وتأثيرها على المساحات والحجم لدى معلمي المرحلة الابتدائية؟**

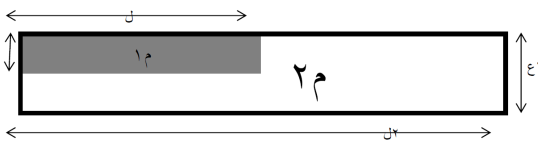
وللإجابة عن هذا السؤال استُخرجت التكرارات والنسب المئوية لإجابات أفراد العينة على (6) عبارات ذات العلاقة والتي يتطلب الحكم على صحتها فهم العلاقة بين طول وعرض قاعدة متوازي المستطيلات وكل من مساحته الجانبية ومساحة قاعدته وحجمه، والجدول (3) يصف المعرفة التي تضمنتها كل عبارة من العبارات الست. وطُلب من المعلمين تحديد الإجابة الصحيحة من بينها (واحدة فقط).

جدول (3): معرفة المعلمين بالعلاقة بين أطوال متوازي المستطيلات وكل من المساحة الجانبية ومساحة قاعدته وحجمه.

م	معرفة المعلمين بالعلاقة بين أطوال متوازي المستطيلات	صحة العلاقة	التكرارات
1	مساحة القاعدة تتضاعف بمضاعفة الطول والعرض	خاطئة	2 (3٪)
2	حجم متوازي المستطيلات يتضاعف بمضاعفة طول وعرض القاعدة	خاطئة	13 (18٪)
3	مساحة الجدران الأربعة تتضاعف بمضاعفة طول وعرض القاعدة	صحيحة	9 (13٪)
4	جميع العلاقات السابقة صحيحة (معرفة خاطئة)	خاطئة	25 (36٪)
5	جميع العلاقات السابقة خاطئة (معرفة خاطئة)	خاطئة	14 (20٪)
6	لست متأكداً	خاطئة	7 (10٪)

وسنناقش فيما يلي معرفة المعلمين الخاصة بمتوازي المستطيلات. فمتوازي المستطيلات من المجسمات الشائعة حولنا، ونحتاج في كثير من الأحيان إلى القدرة على حساب مساحته الجانبية وقاعدته وحجمه. وكمثال على ذلك، عند تقدير تكلفة بناء حوض سباحة وما نحتاجه من بلاط لرصف الأرضية والجدران وكمية الماء اللازمة لتعبئته، فإننا نحتاج إلى حساب كل من مساحته الجانبية ومساحة قاعدته وحجمه على الترتيب. ونحتاج إلى معرفة تأثير أي تغير في أطوال أضلاعه على كل من مساحته الجانبية ومساحة قاعدته وحجمه.

وقد اختار (3٪) فقط من المعلمين العبارة رقم (1) عبارة صحيحة، لذا فهؤلاء المعلمون يظنون أن مساحة قاعدة متوازي المستطيلات تتضاعف بمضاعفة الطول والعرض. فمن اختار العبارة رقم (1) إجابةً صحيحةً لم يجسد أو يرسم هذه العبارة ليتأكد من صحتها، أو لا يدرك العلاقة الجبرية بين مضاعفة الطول والعرض والمساحة الجديدة. فعندما يتضاعف طول وعرض قاعدة متوازي المستطيلات، فإن المساحة تتضاعف (4) مرات، والشكل (13) التالي يبين ذلك:



الشكل (13): عندما يتضاعف طول وعرض مستطيل تزداد مساحته (4) أضعاف

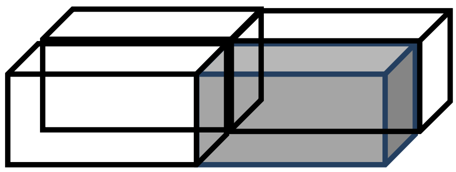
يوضح الشكل (13) السابق العلاقة بين مساحة المستطيل الصغير المظلل ومساحة المستطيل الكبير عندما نضاعف كلاً من الطول والعرض للمستطيل الصغير. حيث يتضح من الشكل أن المساحة تزداد (4) أضعاف وليس ضعفين. كما يمكن معرفة العلاقة بين مضاعفة الطول والعرض ومساحة المستطيل من العلاقة الجبرية التالية:

مساحة القاعدة (م1) = الطول (ل) × العرض (ع)

وعند مضاعفة الطول والعرض فإن مساحة القاعدة الكبيرة (م2) = 2ل × 2ع

م2 = 4 (ل ×ع) = 4 (م1)، إذن مساحة القاعدة تصبح (4) أضعاف القاعدة الأصلية.

أما العبارة رقم (2) والتي تشير إلى أن حجم متوازي المستطيلات يتضاعف عندما يتضاعف طول وعرض قاعدته، فقد أظهرت إجابة المعلمين أن (18٪) لديه معرفة خاطئة تنص على: أن حجم متوازي المستطيلات يتضاعف بمضاعفة الطول والعرض. وبالتأكيد من اختار هذه الإجابة لم يجسد أو يرسم هذه العبارة ليتأكد من صحتها أو لم يتأكد جبريا من صحتها. فعندما يتضاعف طول وعرض قاعدة متوازي المستطيلات، فإن مساحة القاعدة تتضاعف (4) مرات وبالتالي يتضاعف الحجم (4) مرات أيضا. والشكل (14) التالي يبين ذلك:



الشكل (14): يتضاعف حجم متوازي المستطيلات (4) مرات عند مضاعفة طول وعرض قاعدته

يوضح الشكل (14) السابق العلاقة بين حجم متوازي المستطيلات الصغير المظلل وحجم متوازي المستطيلات الكبير عندما نضاعف كلاً من طول وعرض القاعدة. وعليه يتضح من الشكل أن الحجم ازداد (4) أضعاف وليس ضعفين. أيضا يمكن معرفة العلاقة بين مضاعفة طول وعرض القاعدة وحجم متوازي المستطيلات من العلاقة الجبرية التالية:

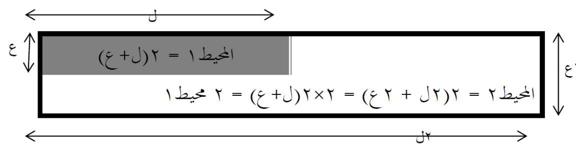
حجم متوازي المستطيلات (ج1) = الارتفاع × الطول (ل) × العرض (ع)

وعند مضاعفة طول وعرض القاعدة، فإن الحجم (ج2) = الارتفاع × 2ل × 2ع

ج2 = 4 (الارتفاع × ل ×ع) = 4 (ج1)، إذن حجم متوازي المستطيلات يصبح (4) أضعاف الحجم الأصلي.

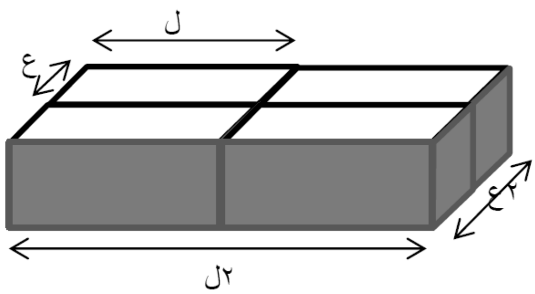
أما العبارة رقم (3) فقد أظهرت أن (13٪) من المعلمين يملكون المعرفة الصحيحة ويعرفون تأثير مضاعفة طول وعرض قاعدة متوازي مستطيلات وتأثير ذلك على جدرانه الأربعة. فمساحة الجدران الأربعة لمتوازي المستطيلات تتضاعف بمضاعفة كل من طول وعرض القاعدة. وللإجابة عن هذا السؤال يفترض في المعلم أولا أن يكون قادراً على تجسيد المسألة ليحكم على صحة العلاقة، حيث يساعد المعلم معرفته «بالمساحة الجانبية» والقدرة على حسابها. ومتوازي المستطيلات حالة خاصة من الموشور، والمساحة الجانبية للموشور = محيط قاعدته × ارتفاعه. وعندما يكون لدينا حوض سباحة، فإن مساحة جدرانه الأربعة = مساحته الجانبية، وبالتالي فإن مساحة الجدران = محيط القاعدة × الارتفاع.

وعندما نضاعف طول وعرض القاعدة فإن محيطها يتضاعف فتتضاعف مساحة الجدران. ويمكن توضيح العلاقة بين طول (ل) وعرض (ع) القاعدة ومحيطها عندما يتضاعف الطول (2ل) والعرض (2ع) في الشكل (15) التالي:



الشكل (15): عندما يتضاعف طول وعرض القاعدة يتضاعف محيطها

والمجسم التالي في الشكل (16) يوضح بالأبعاد الثلاثة تأثير مضاعفة طول وعرض قاعدة متوازي مستطيلات على مساحة جدرانه الأربعة، وكيف تتضاعف مساحتها بمضاعفة الطول والعرض.



الشكل (16): مساحة جدران متوازي مستطيلات تتضاعف بمضاعفة طول وعرض القاعدة

أما العبارة رقم (4) والتي تنص على أن جميع العلاقات الواردة في هذا السؤال صحيحة رياضياً، فقد أظهرت أن (36٪) من المعلمين لم يستطيعوا أن يميزوا العلاقات الخاطئة: (حجم متوازي المستطيلات يتضاعف بمضاعفة طول وعرض القاعدة) و(مساحة القاعدة تتضاعف بمضاعفة الطول والعرض) وظنوا أنها جميعا علاقات صحيحة لذلك فهم لا يدركون تأثير تغير أطوال القاعدة على كل من مساحة قاعدة وحجم متوازي المستطيلات؛ وقد يعزى ذلك إلى عدم قدرتهم على تجسيد تلك العلاقات وتمثيلها بالرسم وأيضا عدم قدرتهم على التبرير الهندسي (geometric reasoning) لتلك العلاقات للحكم على عدم صحتها.

أما العبارة رقم (5) التي تنص على أن جميع العلاقات الرياضية الواردة في هذا السؤال خاطئة، فقد أظهرت أن (20٪) من المعلمين لم يستطيعوا أن يميزوا العلاقة الصحيحة: (مساحة الجدران الأربعة تتضاعف بمضاعفة طول وعرض القاعدة) من بين العلاقات السابقة؛ وقد يعزى ذلك إلى عدم قدرتهم على تجسيد تلك العلاقة وتمثيلها بالرسم وأيضا عدم قدرتهم على التبرير الهندسي لتلك العلاقة للحكم على مدى صحتها.

أما العبارة رقم (6) التي تشير إلى عدم تأكد المعلم من العلاقات الرياضية الواردة في هذا السؤال فقد أظهرت أن (10٪) من المعلمين غير متأكدين من معرفتهم بالعلاقات بين طول وعرض قاعدة متوازي مستطيلات وكل من مساحته الجانبية ومساحة قاعدته

وحجمه. فبالإضافة إلى عدم قدرتهم على تجسيد تلك العلاقات وتمثيلها بالرسم وأيضا عدم قدرتهم على التبرير الهندسي لتلك العلاقات للحكم على مدى صحتها، فإن هؤلاء المعلمين لا يملكون الثقة بمعرفتهم الهندسية حول هذا الموضوع.

وبفحص جميع إجابات المعلمين على فقرات هذه السؤال، يمكن القول بأن معرفة العديد من المعلمين ضعيفة وأنهم يواجهون صعوبة تتعلق بحساب المساحات والمساحات الجانبية لمتوازي الأضلاع وإدراك العلاقة بين طول وعرض قاعدة متوازي مستطيلات وكل من مساحته الجانبية ومساحة قاعدته وحجمه. وهذه النتيجة تؤكد بأن المعرفة الهندسية تمثل صعوبة للعديد من المعلمين في مختلف الأنظمة التعليمية. فقد توصل كل من جون وموني وهارس (Jones, Mooney, & Harries, 2002) إلى أن العديد من معلمي ما قبل الخدمة في المرحلة الابتدائية في بريطانيا يفتقدون الفهم الجيد في الهندسة وأن معرفتهم غير كافية لتدريس مواضيع الهندسة في المناهج المطورة وتواجههم صعوبات في مواضيع حساب المساحات والمساحات الجانبية والحجم، وقد كانت ثقتهم في تدريس الهندسة هي الأقل من ضمن فروع الرياضيات المختلفة.

كما أظهرت إجابات المعلمين على السؤال الثالث أيضا أنهم يفتقدون المعرفة الخاصة اللازمة لإدراك العلاقات بين طول وعرض قاعدة متوازي مستطيلات وكل من مساحته الجانبية ومساحة قاعدته وحجمه. فتعلم الهندسة ليس مجرد تعلم التعريفات أو حتى المفاهيم الهندسية ولكنه أيضا القدرة على تحليل خصائص الأشكال ثنائية الأبعاد وثلاثية الأبعاد والقدرة على تطوير حجج رياضية عن العلاقات الهندسية، لتحديد المواقع والعلاقة المكانية، وتطبيق التحويلات الهندسية واستخدام التناظر، والتصور، والمنطق المكاني، والنمذجة الهندسية في حل المشاكل (NCTM, 2000).

فالإجابة على السؤال الثالث لا تتطلب القيام بإجراء حسابات لمعرفة المحيط والمساحة، لكن تتطلب القدرة على تمثيل وتجسيد تلك العلاقات وتبريرها هندسيا. إن القدرة على حساب المحيط والمساحة تختلف عن تحليل إجابات الطلاب غير المتوقعة حول تعميمات خاصة بالعلاقة بين المحيط والمساحة؛ فحساب المحيط والمساحة يتطلب معرفة إجراءات وخطوات حسابهما، بينما يتطلب تحليل إجابات التلاميذ مرونة ومعرفة بالعلاقات بين تلك المفاهيم للرد عليها والحكم على مدى صحتها (Ma, 1999).

بناءً على الإطار المفاهيمي للدراسة، والذي ركز على المعرفة الخاصة بالمحتوى (specialized content knowledge) كبعد هام من أبعاد المعرفة اللازمة للتدريس، عرضت النتائج ثلاثة نماذج مهمة جدا من

المعرفة الخاصة بالمحتوى الهندسي لمعلم المرحلة الابتدائية، وهي: معرفة المعلمين بخصائص الأشكال الهندسية، ومعرفتهم بحساب المحيط في الأشكال الهندسية، ومعرفتهم بالعلاقات بين أطوال متوازي المستطيلات. وقد جاءت النتائج لتؤكد أن المعرفة الخاصة بالمحتوى الهندسي، والتي تميز معرفة المعلم عن غيره من المتعلمين، مازالت في حاجة إلى مزيد من التطوير والتعميق لدى مجتمع الدراسة من معلمي الرياضيات في المرحلة الابتدائية.

التوصيات:

بناءً على ما أظهرته نتائج الدراسة، من المناسب تقديم توصيتين قد تساهم في معالجة بعض الإشكالات:

1 – تقديم برامج تدريبية متخصصة في تدريس محتوى الهندسة لمعلمي المرحلة الابتدائية مع التركيز على تطوير ما يلي:

أ/ معرفة المعلمين بخصائص الأشكال الهندسية والحكم على صحتها وتمثيلها.

ب/ معرفة المعلمين بالعلاقة بين أطوال المضلعات وتأثير ذلك على المساحة الجانية ومساحة القاعدة وحجمه.

ج/ معرفة المعلمين بمفهوم المحيط والقدرة على حسابه في أشكال بسيطة ومركبة.

2 – إجراء دراسة تنطلق من نتائج هذه الدراسة تتابع وتستقصي تشكيل المعرفة الرياضية اللازمة للتدريس لدى المعلمين أثناء برامج تدريبهم المقترحة في التوصية الأولى، لبناء فهم أشمل لمعرفتهم ومكوناتها مما يمكننا من دعم معلمينا وزيادة تحصيل تلاميذنا.

***

تم انجاز هذا البحث ضمن أعمال المجموعة البحثية الخاصة بتعلم وتعليم العلوم والرياضيات بالمرحلة الابتدائية – مركز التميز البحثي في تطوير تعليم العلوم والرياضيات بجامعة الملك سعود.

***

قائمة المصادر والمراجع

أولاً: المراجع العربية:

راشد، محمد، والشباك موسى (2006م). الصعوبات وأسبابها التي تواجه طلبة معلم الصف في اكتساب مفاهيم ومهارات الهندسة المستوية. *مجلة اتحاد الجامعات العربية – الأمانة العامة لاتحاد الجامعات العربية – الأردن*، 46، 133-173.

المطرب، خالد (في النشر). المعرفة الرياضية الإجرائية والمفاهيمية اللازمة لمعلمي الصم في المرحلة الابتدائية، *مجلة رسالة التربية وعلم النفس- جامعة الملك سعود*، 50.

ثانياً: المراجع الأجنبية:

Al-Motreb, K. (in press). The Procedural and conceptual mathematics knowledge of deaf education teachers (In arabic). *Journal of Education and Psychology Message, 50.*

Ball, D., & Bass, H. (2000). Interweaving content and pedagogy in teaching and learning to teach: Knowing and using mathematics. In J. Boaler (Ed.), *Multiple perspectives on the teaching and learning of mathematics* (pp. 83-104). Westport, CT: Ablex.

Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, *59* (5), 389-407.

Charalambous, C. Y. (2010). Mathematical Knowledge for Teaching and Task Unfolding: An Exploratory Study. *The Elementary School Journal*, *110* (3), 247-278.

Charalambous, C. Y., & Hill, H. C. (2012). Teacher knowledge, curriculum materials, and quality of instruction: Unpacking a complex relationship. *Journal of Curriculum Studies*, *44* (4), 443-466.

Delaney, S., Ball, D., Hill, H., Schilling, S., & Zopf, D. (2008). ''Mathematical knowledge for teaching'': Adapting US measures for use in Ireland. *Journal of Mathematics Teacher Education, 11* (3), 171–197.

Fujita, T., & Jones, K. (2006). Primary trainee teachers' understanding of basic geometrical figures in Scotland. *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* 3 , 14 – 21

Gal, L., & Linchevski, H. (2010). To see or not to see: Analyzing difficulties in geometry from the perspective of visual perception. *Education Studies in Mathematics,* 74 , 163–183.

Gonzales, P., Williams, T., Jocelyn, L., Roey, S., Kastberg, D., & Brenwald, S. (2008). *Highlights from TIMSS 2007*. Washington, DC: Institute of Education Sciences

Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and measuring Teachers' Topic specific Knowledge of Students. *Journal for research in mathematics Education, 39* (4), 372-400.

Hill, H. C. (2011). The nature and effects of middle school mathematics teacher learning experiences. *Teachers College Record*, *113* (1), 205-234.

Hill, H. C., Schilling, S. G., & Ball, D. L. (2004). Developing measures of teachers' mathematics knowledge for teaching. *The Elementary School Journal, 105*(1), 11-30.

Hoyles, C. (1998). A culture of proving in school mathematics. In D. Tinsley & D. G Johnson (Eds.), *Information and Communications Technologies in School Mathematics* (pp. 169–182). London: Chapman Hall.

Jones, K., Mooney, C., & Harries, T. (2002). Trainee primary teachers' knowledge of geometry for teaching. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, *22* (2), 95–100.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*: National Academies Press.

Latifah , L. (1984). The relationship between the mathematics teachers understanding of basic mathematical concepts in the upper primary stage and their students understanding of these concepts (in Arabic). *Arab Journal of Educational Research, 7* (1), 41 – 64.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Inc.

Makhlouf, L. (1994). Levels of geometric thinking among student-teachers according to the Van Hiele model (in Arabic). *Journal of the Faculty of Education, University of Mansoura*, 451 – 469.

Miqdadi , A (1992). Reasons for the poor students in mathematics from the point of view of both the student and the teacher of mathematics and math supervisor (in Arabic). *Teacher Message, the Ministry of Education, Jordan, 32* (4), 38-45.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics. Reston,* VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Ozerem, A. (2012). Misconceptions in geometry and suggested solutions for seventh grade students. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education*, *1* (4), 23-35.

Rashid, M., & Alshobak, M. (2006). The difficulties faced by the student-teachers of in the acquisition of concepts and skills of plane geometry (in Arabic). *Journal of the Association of Arab Universities - General Secretariat of the Association of Arab Universities - Jordan, 46*,133-173

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15* (2), 4-14.

❊ ❊ ❊